

## A Saint-Antoine l'Abbaye

### De la méthode de tracé du cadran solaire, dans l'escalier du clocher.

\*\*\*\*\*

Quiconque a le privilège de visiter le cadran solaire tracé, peut-être, par Jean Borrel, dit Johannes Buteo, qui tapisse, sur soixante-dix mètres carrés, les murs et l'escalier de la tourelle du clocher de l'abbatiale, surtout s'il est guidé par un gnomoniste, privilégié tout autant, éprouve toujours, dès les premières marches gravies, un double sentiment d'admiration. La combinaison des trois systèmes horaires, italique, babylonique et à la française, étonne par le nombre de renseignements qu'elle procure, mais c'est surtout le *modus operandi* du gnomoniste et de son peintre qui demeure la source de l'essentielle question « mais comment donc, ont-ils bien pu faire ? », question d'autant plus prégnante qu'elle nous renvoie vers le XVI<sup>ème</sup> siècle commençant (1520-1560, si le concepteur est bien Buteo).

C'est de cette interrogation que nous voudrions, ici, essayer de parler et, sans doute, n'apporterons-nous pas les éclaircissements décisifs, mais nous voudrions, au moins, tenter de déployer les plis et replis des problèmes affrontés par le gnomoniste de Saint-Antoine.

Avant tout, nous voulons inciter le lecteur à consulter les deux documents suivants où la description du cadran est tellement détaillée que nous n'aurions rien à lui ajouter, s'il ne fallait d'abord reconnaître que les deux errent dans le décompte des marches, le plus récent ayant entériné, de confiance, les anomalies du plus ancien.

1°) « L'heure à Saint-Antoine l'Abbaye », par Yves et Marcel Gay et Charles Morat, in « Bulletin de l'Association Nationale des Collectionneurs et Amateurs d'Horlogerie Ancienne (ANCAHA) » N° 55 Été 1989, pp.25 à 62 et spécialement 46 à 58.

2°) « La Gnomonique des Antonins à Saint-Antoine l'Abbaye », par Paul Gagnaire, in « Iter ad splendorem mundi », chap.02\_10 (DVD diffusé depuis 2013, par la Société Astronomique de France (Commission des Cadres solaires).

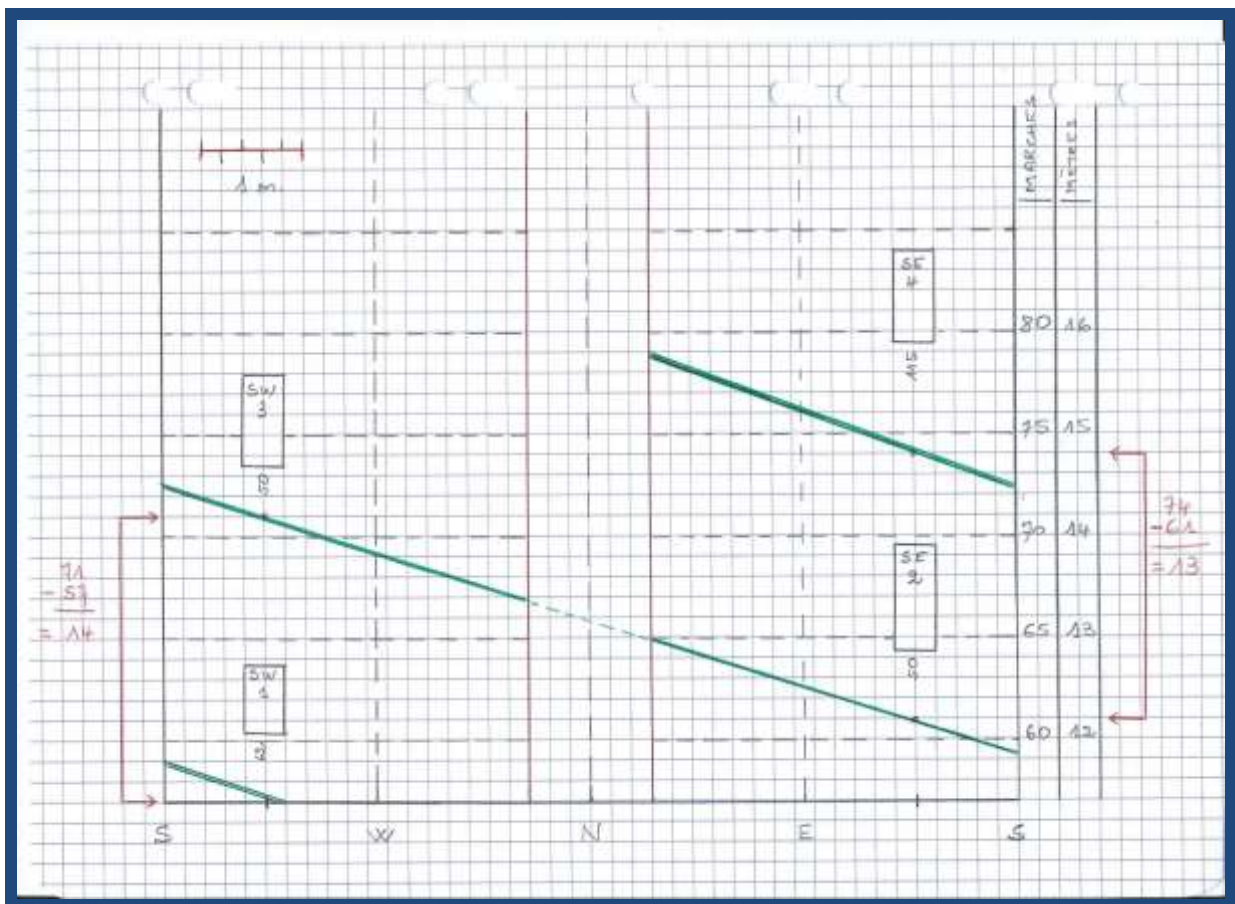
Toutefois, la Gnomonique n'est qu'un mince chapitre de ce qu'il serait bon de savoir sur cette remarquable abbaye. Heureusement, existe le livre fondamental de Gisèle et Robert Bricault « St-Antoine l'Abbaye, Histoire secrète, symbolisme, guérison », Edition C3P-Service, Imprimeries de Champagne, sd. (Réédition prévue en 2014)

Pour réfléchir aux problèmes soulevés par le tracé du cadran à l'intérieur d'un cylindre, nous commencerons par dérouler ce cylindre pour prendre une bonne idée des espaces entre les marches d'escalier qu'on gravit et l'envers des marches et des contremarches qui les surplombent et qui reçoivent aussi les rayons du Soleil, puisque le cadran fonctionne par réflexion, grâce à des miroirs posés sur les appuis des fenestrelles. Nous verrons aussi les partitions de la paroi cylindrique bornées par le fût central et l'envers des marches et contremarches. Enfin, nous estimerons les zones balayées par la lumière issue de chacune des quatre fenestrelles. C'est l'objet du croquis ci-dessous. Il suggère une première hypothèse, purement empirique. L'auteur du cadran aurait pu s'établir dans l'escalier hélicoïdal du clocher et demander à un jeune disciple, resté dans la cour, de l'avertir quand le cadran solaire vertical, placé sur le mur méridional extérieur de l'abbatiale, marquait une heure ronde. « Maître, aurait crié le jeune homme, il est neuf heures françaises ! Maître, voici la quatorzième italique ! Maître, il pleut ! » et, à chaque appel utile, le gnomoniste, courant d'un étage à l'autre, aurait pointé sur murs, fût, envers des marches, envers des contremarches, le centre des belles taches de lumière poussées par le Soleil.

Evidemment, pour un mathématicien de l'envergure de Buteo, ce n'est guère imaginable. En outre, cette Gnomonique au porte-voix aurait pris au moins sept jours complets et sans nuages, du lever au coucher du Soleil, aux dates où la déclinaison du Soleil passe par des valeurs remarquables ; donc un chantier de six mois. Si le gnomoniste avait utilisée un cadran placé dans la salle du sonneur, qui peut recevoir directement le Soleil, cela n'aurait guère changé les choses. Le disciple aurait été à l'abri et aurait pu crier moins fort, voilà tout.

Il faut donc imaginer un tracé purement géométrique, exécuté à partir de paramètres calculés qui ne peuvent être que la hauteur et l'azimut du Soleil, d'heure en heure et de date en date. Ces coordonnées permettent de tracer un quadrillage sur lequel on place les points horaires remarquables qu'on a définis mathématiquement.

Voici, d'abord, le déroulé de l'intérieur du cylindre, rythmé par notre propre décompte des marches d'escalier. Ici, le lecteur avisé pourrait consulter l'Annexe VI qui analyse un autre décompte, le corrige et le compare.



Diamètre : 2,70m. Circonférence : 8,4823m. Circonférence du fût : 1,2566m. Hauteur des marches : 0,20m. Dimensions des fenestrelles : variables. Le dessin ne montre que la zone vitrée. Echelle : 1 carreau = 0,20m. 5 carreaux = 1m.

L'escalier est sénestogyre en montant (anti-horloge). Le visiteur a les fenestrelles à sa droite. Concevoir le cylindre comme fendu le long de sa génératrice Sud et rabattu en plan méridional. On n'en voit que l'intérieur, mais tout l'intérieur, entre la marche 57 et la marche 80, la dernière.



Les deux photos ci-dessous montrent la position-type d'une fenestrelle : une partie vitrée posée sur un appui de pierre qui domine une marche d'escalier et qui est, elle-même, dominée par l'envers d'une marche d'escalier, une révolution plus haut. Ces quatre fois trois éléments présentent de notables différences de mesure qui n'apparaissent pas lorsqu'on regarde la tourelle depuis le sol.

Eléments	1_SW	2_SE	3_SW	4_SE
De l'appui à la marche	62cm	50cm	50cm	115cm
Partie vitrée	77cm	106cm	92cm	84cm
Du sommet de la vitre à l'envers de la marche surplombante	94cm	66cm	***	***
Total	233cm	222cm	***	***

Les fenestrelles 3 et 4 ne sont pas surplombées par des marches d'escalier, parce que celui-ci se termine avant d'accomplir une nouvelle révolution complète. (Voir annexe VI).



Nous allons devoir envisager de parler successivement des cadrans suivants :  
 1°) cadrans sur la paroi cylindrique verticale et concave de la tourelle

- 2°) cadrans sur le fût vertical cylindrique et convexe de la tourelle
- 3°) cadrans sur l'envers horizontal (plafonnier) des marches de l'escalier
- 4°) cadrans sur l'envers vertical des contremarches de l'escalier
- 5°) cadrans verticaux sur les piédroits des fenestrelles (pour mémoire)

Bien entendu, ces cadrans sont en concurrence. Telle heure qui, en hiver, parcourt, sans le quitter, le mur de la tourelle, montera, en été, jusqu'à l'envers des marches et des contremarches ; sa ligne deviendra plafonnière et horizontale sur l'envers des marches ; verticale sur l'envers des contremarches. Pour simplifier l'exposé, nous ne traiterons pas cette question, admettant que les lignes horaires ont été tracées sur la totalité des surfaces gnomonisables et en épousent leurs inclinaisons et déclinaisons successives. Du reste nous cherchons une méthode, non les bornes que les cadraniers mettent à son emploi, au cas par cas.

\*\*\*\*\*



4 SE



3 SW



2 SE



1 SW

Première partie :

## Cadran sur la paroi cylindrique verticale et concave de la tourelle.

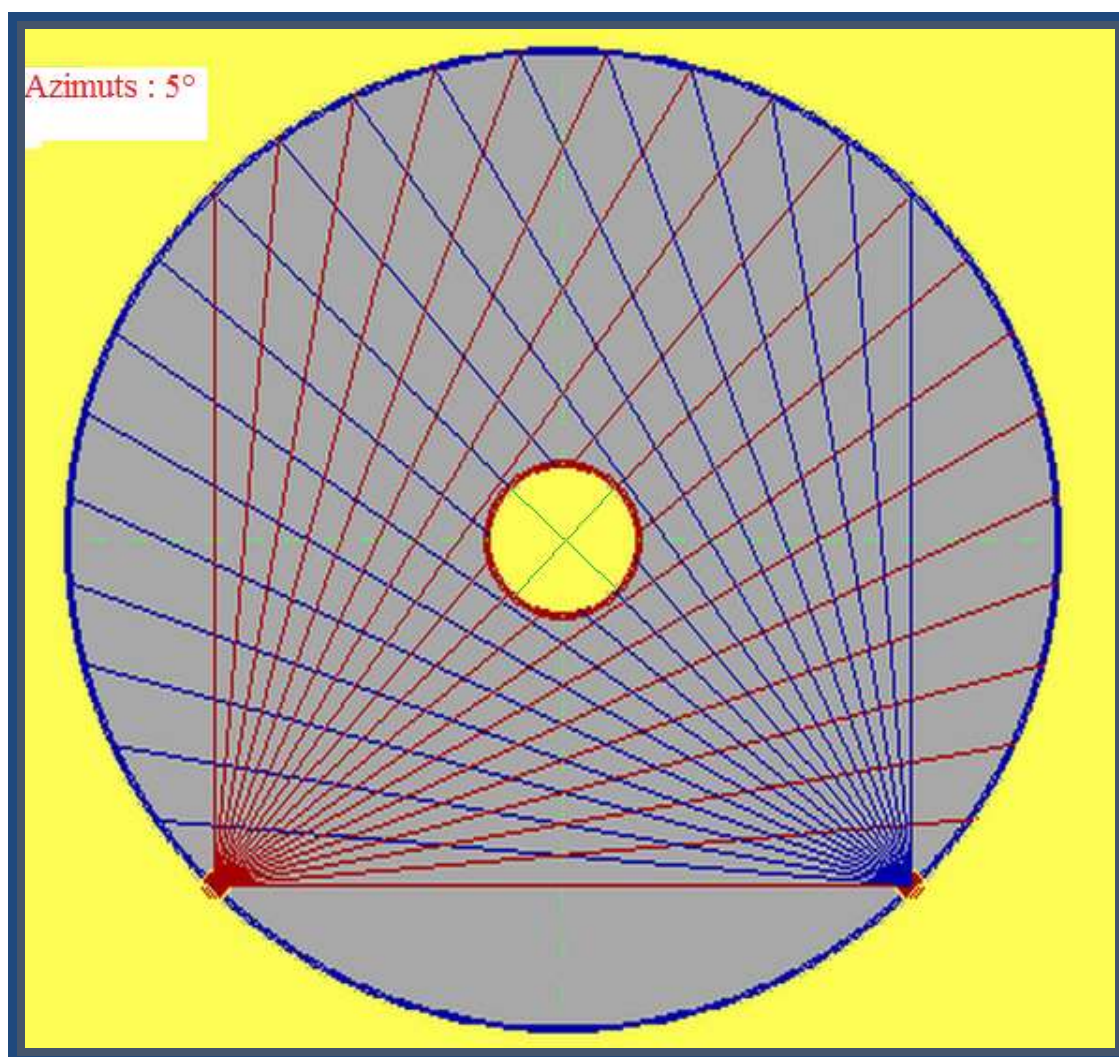
\*\*\*\*\*

Remarque liminaire :

Les miroirs ne sont pas placés sur la paroi du cylindre (diamètre 2,70 m) mais très à l'intérieur du mur. Il faudrait donc un relevé d'architecte pour que les calculs des hauteurs et des azimuts procurent de bonnes valeurs des passages, sur la paroi, des tracés qui les mesurent. Ce retrait des miroirs est important, de l'ordre de 60 à 70 centimètres. Prendre le cylindre avec son diamètre de 2,70m permet d'expliquer la méthode ; pas de la vérifier matériellement.

Considérons une coupe horizontale du clocher, au niveau du miroir d'une fenestrelle. Cette image, où le Nord est en haut, montre les droites d'azimut, par pas de  $5^\circ$ , issues de deux fenestrelles voisines, l'une déclinant de  $45^\circ$  SE et l'autre de  $45^\circ$  SW (valeurs à tolérer à  $+3^\circ$  ou  $-3^\circ$ ). Les azimuts qu'elles délivrent ne balayent que  $90^\circ$  et, même, midi n'a pas été tracé à Saint-Antoine, car butant sur les piédroits des fenestrelles. On voit que le fût central n'est qu'à peine léché par le Soleil dans les azimuts  $35^\circ$  et  $55^\circ$ , depuis le sud-est et depuis le sud-ouest, issus de chacune des deux fenestrelles. Il est clair qu'en plaçant judicieusement les coupelles emplies de mercure, sur les appuis des fenestrelles, il devait être possible de faire marquer par le Soleil, sur la paroi cylindrique de la cage d'escalier, ces azimuts qui, ainsi, donnaient un point de départ rigoureux à une graduation des verticales d'azimut, première coordonnée du réseau altazimutal. Un déplacement de deux ou trois pouces, vers l'extérieur ou l'intérieur de l'ouverture, devait régler la question.

Remarque : les lignes d'azimut qui passent par le centre du fût, sont  $45^\circ$  vers le NE et  $45^\circ$  vers le NW. Il suffit donc d'un éventail azimutal de 20 degrés pour contenir toute la circonférence du fût, ce qui va limiter sensiblement les contenus des cadrans tracés sur ce fût.



Une autre remarque est à faire : pour être fonctionnelle, la tache de lumière ne doit atteindre que des zones obscures de la paroi ; l'épaisseur du mur n'aurait pas suffi à éviter qu'une fenestrelle n'éclaire la zone où l'autre projette la tache de lumière ; il a certainement fallu placer les miroirs suffisamment à l'intérieur pour que chaque fenestrelle ne capte qu'un peu moins de 90 degrés d'azimut.

Cette image nous donne encore deux enseignements :

#### 1°) Graduation des verticales d'azimuts :

Les arcs de circonférence sous-tendus par les angles inscrits, sont égaux, puisque les angles sous-tendants sont égaux et la valeur, en degrés, de l'arc inscrit est la même que celle de l'angle au centre de valeur double. Formule :  $\text{arc AB} = (\text{circonférence}/360) * 2n$ . Cela donne une longueur d'arc de 23,561945 cm, puisque la circonférence du cylindre est de 8,4823 m. d'où le tableau ci-dessous.

SAINT-ANTOINE L'ABBAYE

QUADRILLAGE DE LA PAROI CYLINDRIQUE DE L'ESCALIER DU CLOCHER  
GENERATRICES VERTICALES MARQUANT LES AZIMUTS DU SOLEIL, PAR 5°.

\*\*\*\*\*

LE DESSIN MONTRE LES DEUX EVENTAILS AZIMUTAUX RAYONNANT DEPUIS  
LES DEUX FENESTRELLES.

PAR LA FENESTRELLE 45°SE, ON CAPTE LES AZIMUTS DE -90° EST à 0°SUD.

PAR LA FENESTRELLE 45°SW, ON LES CAPTE DE 0° SUD à 90° OUEST.

AU XVIème SIECLE LE CADRANIER AURAIT PU CALCULER LES LONGUEURS DES ARCS BORNES PAR DEUX DROITES AZIMUTALES, EN SE REFERANT A LA REGLE DES ANGLES INSCRITS, SOIT:

LA MESURE D'UN ANGLE INSCRIT EST LA MEME QUE CELLE D'UN ANGLE AU CENTRE DE VALEUR DOUBLE.LA LONGUEUR DE LA CIRCONFERENCE VALANT 360°.

UN DEGRE D'ANGLE INSCRIT VAUT DONC:1/180\*CIRCONFERENCE.

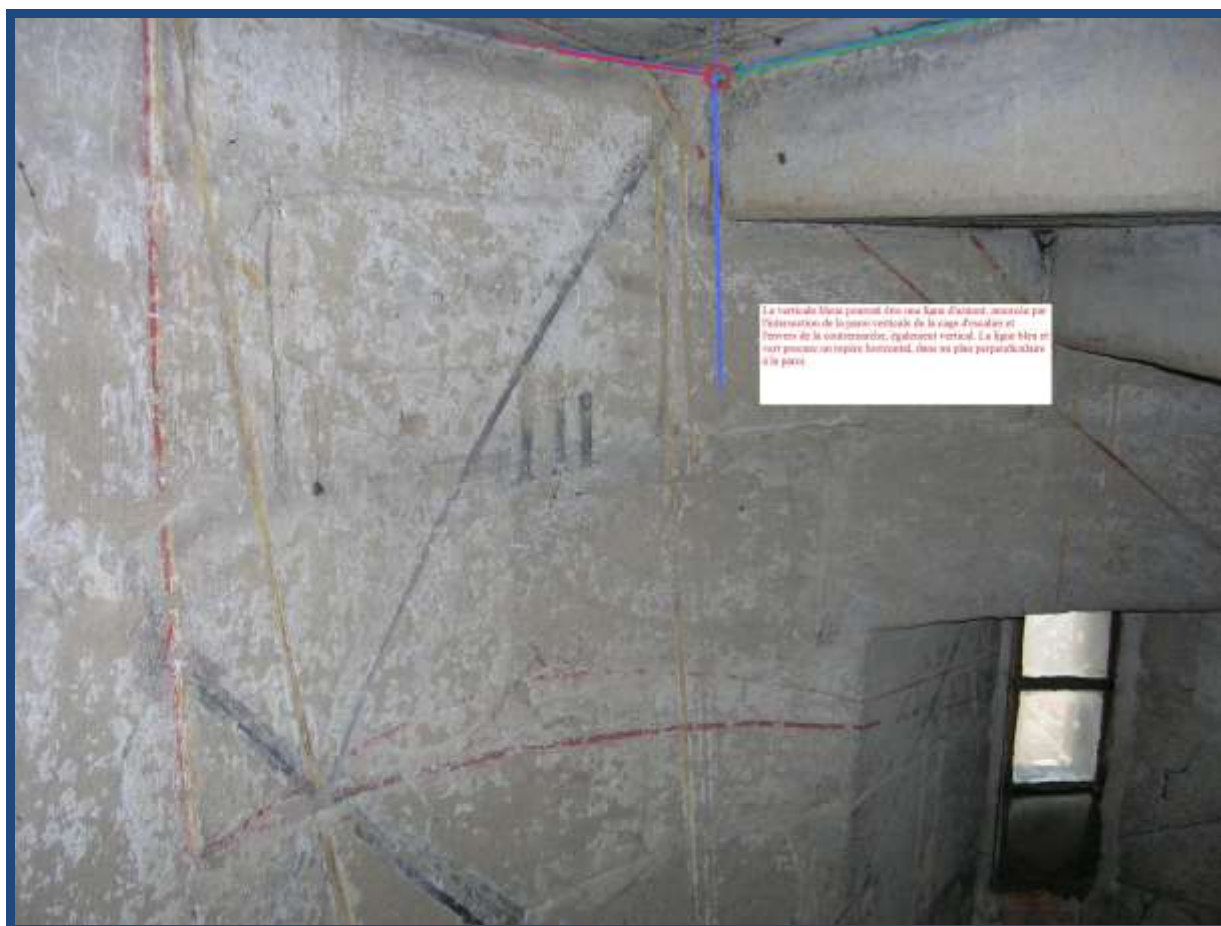
A SAINT-ANTOINE, LE RAYON DE LA CAGE D'ESCALIER CYLINDRIQUE VAUT 135cm, DONC LA CIRCONFERENCE VAUT:848, 23cm, ET ON A LA GRILLE AZIMUTALE SUIVANTE:

AZIMUTS      ARCS/cm

0	0.00000
5	23.56195
10	47.12389
15	70.68584
20	94.24778
25	117.80970
30	141.37170
35	164.93360
40	188.49560
45	212.05750
50	235.61950
55	259.18140
60	282.74340
65	306.30530
70	329.86720
75	353.42920
80	376.99110
85	400.55310
90	424.11500

Cette grille convient pour les quatre fenestrelles.

Une autre considération mérite qu'on s'y arrête. Regardons la deuxième photo ci-dessus, redonnée ici : l'envers de chaque contremarche s'unit à la paroi verticale de la cage d'escalier, en formant un angle dièdre droit. La droite verticale selon laquelle les deux maçonneries se joignent, peut ainsi fournir l'amorce d'un tracé d'azimut. Si le nombre de marches contenues exactement dans une révolution d'escalier de 360°, était de 15 ou 16, l'espacement des verticales d'azimut ainsi proposées vaudrait 24° ou 22°5 (deux fois le rhumb de navigation), ce qui aurait pu se graduer plus aisément que s'il est de 13 ou 14 marches. Il n'est donc pas déraisonnable de penser que ces angles dièdres ont joué un rôle. Et comme l'origine de ce segment de pierre, vertical, se trouve sur l'envers de la marche, il fournit aussi un repère sur le plan horizontal. Il est au sommet d'un trièdre composé de deux plans verticaux et d'un plan horizontal qui se coupent tous, deux à deux, sous des angles de 90°. La faiblesse de cette méthode est qu'elle transporte sur le canevas altazimutal, les irrégularités des angles au centre des marches d'escalier.



## 2°) graduation des courbes de hauteurs :

On constate que les droites horizontales issues des fenestrelles, ont des longueurs variables, à la différence de ce qui se produirait si le cylindre gnomonique avait un style-bille au centre. Dans ce dernier cas elles seraient égales entre elles, puisqu'elles seraient formées par les rayons égaux du cercle. Or les pointés des hauteurs sont procurés par la longueur de ces droites multipliées par la tangente de la hauteur du Soleil, donc il faut calculer la longueur de chacune de ces droites. Le tableau ci-dessous les procure :

QUADRILLAGE DE LA PAROI CYLINDRIQUE DE L'ESCALIER DU CLOCHER  
 VERTICALES MARQUANT LES AZIMUTS DU SOLEIL, DE 0° à 90°, PAR PAS DE 5°  
 ET HORIZONTALES MARQUANT SES HAUTEURS DE 0° à 70°, PAR PAS DE 5°.

\*\*\*\*\*

LONGUEURS DES RAYONS AZIMUTaux.

AZIMUTS	ANGLES AU CENTRE	LONGUEURS
0	90	190.9188
5	100	206.8320
10	110	221.1711
15	120	233.8269
20	130	244.7031
25	140	253.7171

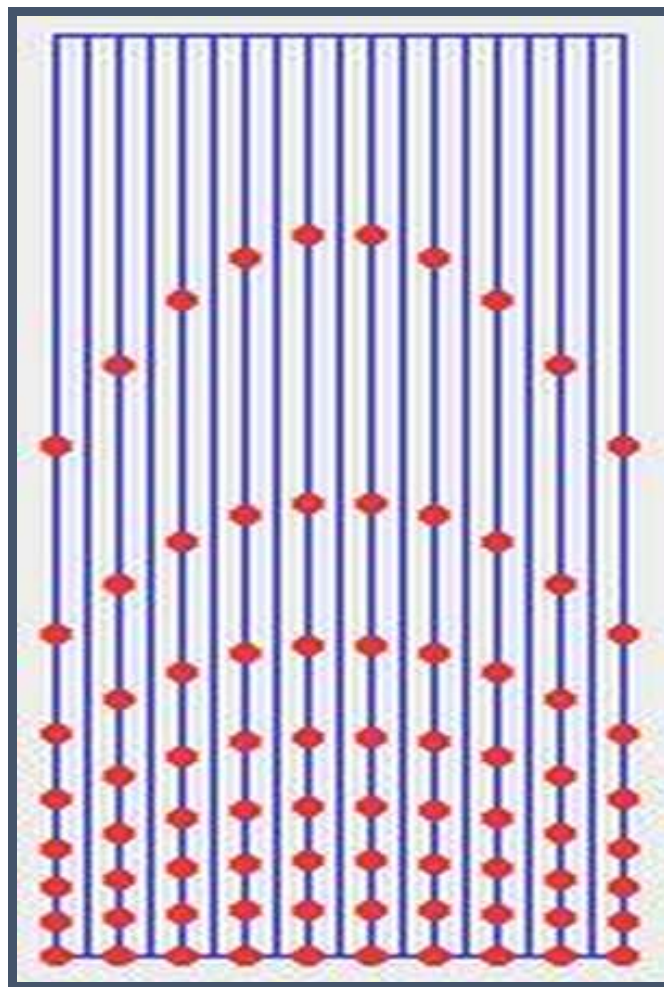
30	150	260.8000
35	160	265.8981
40	170	268.9726
45	180	270.0000 = diamètre
50	170	268.9726
55	160	265.8981
60	150	260.8000
65	140	253.7171
70	130	244.7031
75	120	233.8269
80	110	221.1711
85	100	206.8320
90	90	190.9188

On peut aussi recourir à un tableau des cordes tel que celui donné en annexe et dont voici les valeurs qui nous intéressent, de 0° à 90° :

```
PROGRAMME <CORDE>.
=====
CE PROGRAMME CALCULE LA VALEUR DES CORDES D'ARC.
LA CORDE D'UN ARC EST LE DOUBLE DU SINUS D'UN ARC EGAL A LA MOITIE DE CELUI
QU'ON DONNE.
ENTREZ LA LONGUEUR DU RAYON:
135
ARC          DEMI-ARC          SINUS DEMI-ARC          CORDE          LONGUEUR CORDE
DONNE        .....          .....          (2*SIN(1/2 RC)  .....
=====
 90          45.00          0.707107          1.414214          190.9188
100          50.00          0.766045          1.532089          206.8320
110          55.00          0.819152          1.638304          221.1711
120          60.00          0.866025          1.732051          233.8269
130          65.00          0.906308          1.812616          244.7031
140          70.00          0.939693          1.879386          253.7171
150          75.00          0.965926          1.931852          260.8000
160          80.00          0.984808          1.969616          265.8981
170          85.00          0.996195          1.992390          268.9726
180          90.00          1.000000          2.000000          270.0000
```

La longueur de cette dernière corde est égale au diamètre.

Hormis la courbe de hauteur 0°, qui est marquée par un cercle horizontal sur la paroi du cylindre, au niveau de chacun des miroirs, les autres lignes des hauteurs seront des courbes complexes. Comme le cadran est catoptrique, la ligne de hauteur 0° se placera en bas, puis les autres courbes se placeront au dessus d'elle, de plus en plus haut à mesure que croîtra la hauteur du Soleil. C'est la situation inverse de celle du cadran direct. En revanche, sur ces deux types de cadrans, leur concavité sera tournée vers le bas. En annexe 2 figure le tableau qui procure, pour chaque hauteur du Soleil, les points de passage de la courbe sur les verticales d'azimut, mesurés depuis le cercle de hauteur = 0°. Sur la paroi du cylindre, le réseau de coordonnées combinant hauteurs et azimuts ressemble à l'image ci-dessous.



Azimuths tracés tous les 5 degrés, de 0° à 90°.  
Hauteurs pointées tous les 10 degrés, de 0° à 70°.

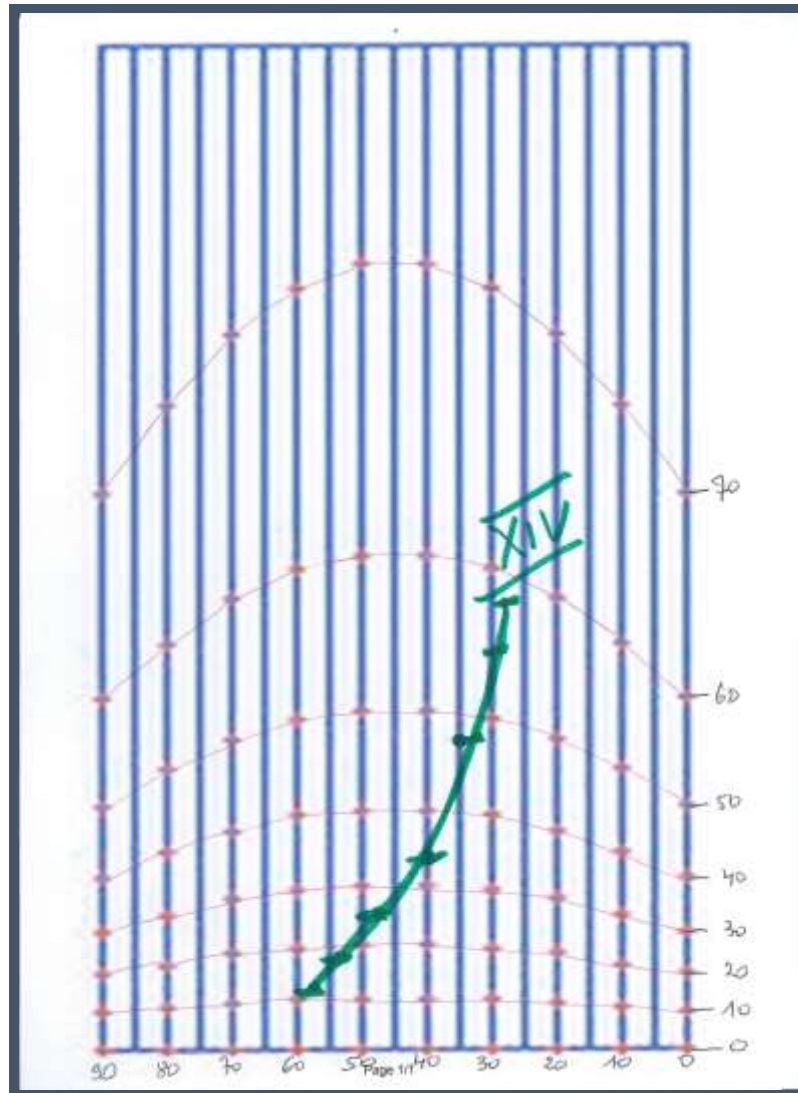
---

Une fois la paroi du cylindre ainsi graduée, pour chacune des quatre fenestrelles, le gnomoniste n'a plus qu'à calculer, heure par heure, les hauteurs et azimuths du Soleil, pour chacune des dates remarquables de l'année (les sept dates symétriques habituelles), puis pointer les emplacements des lignes d'heures à la française ainsi définies et réunir ces pointés pour obtenir une courbe bien lissée. Si l'on se contente de sept pointés par heure, ce qui semble bien peu, le travail s'épuise avec 42 pointés, pour chaque fenestrelle.

Tracer ensuite les lignes babyloniennes et italiennes pourrait se faire en pointant, sur les heures françaises, les intersections remarquables dont le calcul ne soulève pas de difficulté.

On trouvera en annexe 3, le tableau des hauteurs et azimuths du Soleil, heure par heure et date par date. Au XVI<sup>ème</sup> siècle établir un tel tableau demandait du temps.

A titre d'exemple, voici les valeurs pour la ligne de XIV heures françaises et le tracé manuel que nous en avons tiré, en vert, pour la fenestrelle SW, à n'importe quel étage.



Date	azimut	hauteur
21/06	28.55	57.47
21/07 et 21/5	29.83	54.93
21/08 et 21/4	33.48	47.80
21/09 et 21/3	39.23	37.76
21/10 et 21/2	46.84	27.36
21/11 et 21/1	54.78	19.35
21/12	58.55	16.29

Deuxième partie :

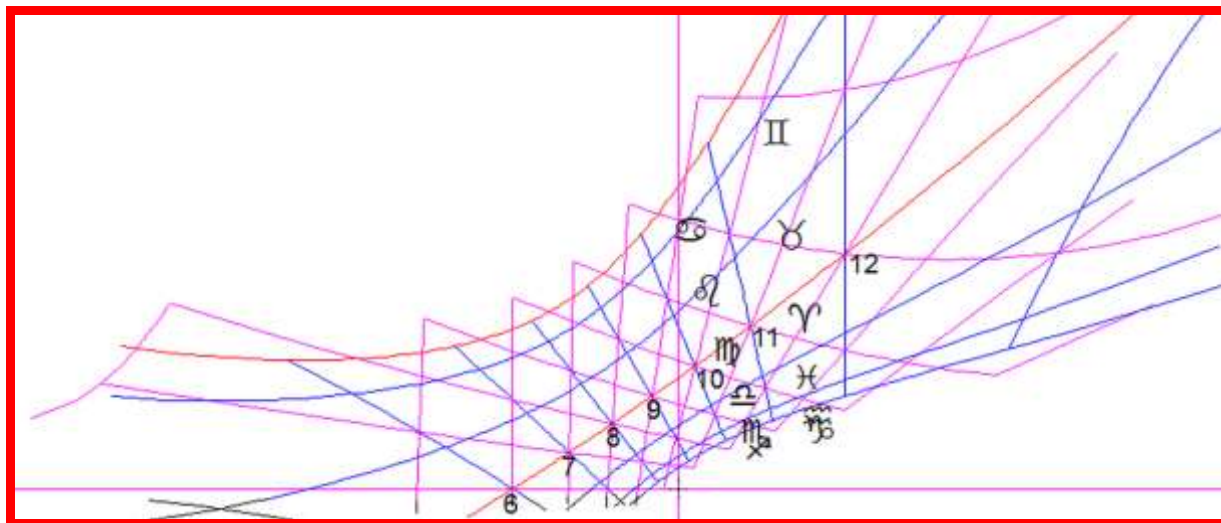
Cadran sur le fût central, vertical et convexe

\*\*\*\*\*

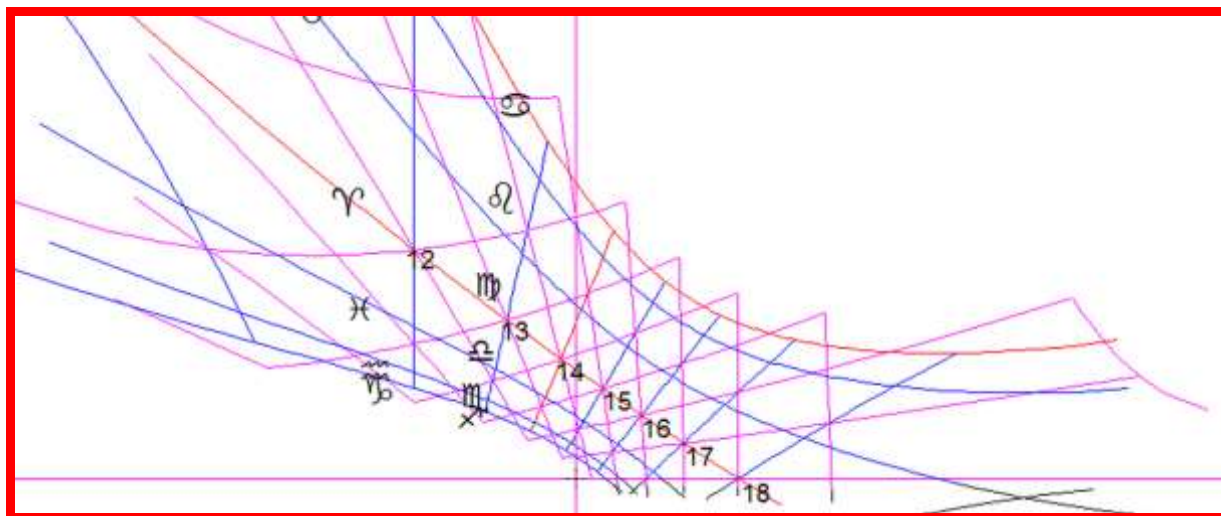
Comme sur la paroi concave, le fût cylindrique convexe et vertical, va accueillir quatre cadrans décalés en hauteur puisque chacun est activé par le miroir d'une fenestrelle et le gnomoniste aura soin de ne pas les faire se mélanger. Le Soleil, passant par les fenestrelles Est, atteint le fût sous les azimuts du matin compris entre 62° et 45° Est ; il fait de même par les fenestrelles Ouest, pour les azimuts du soir.

Nous avons la bonne fortune, grâce à Solarium, le logiciel de notre savant collègue Pierre-Joseph Dallet, de pouvoir montrer ici les tracés résiduels des cadrans Est et Ouest.

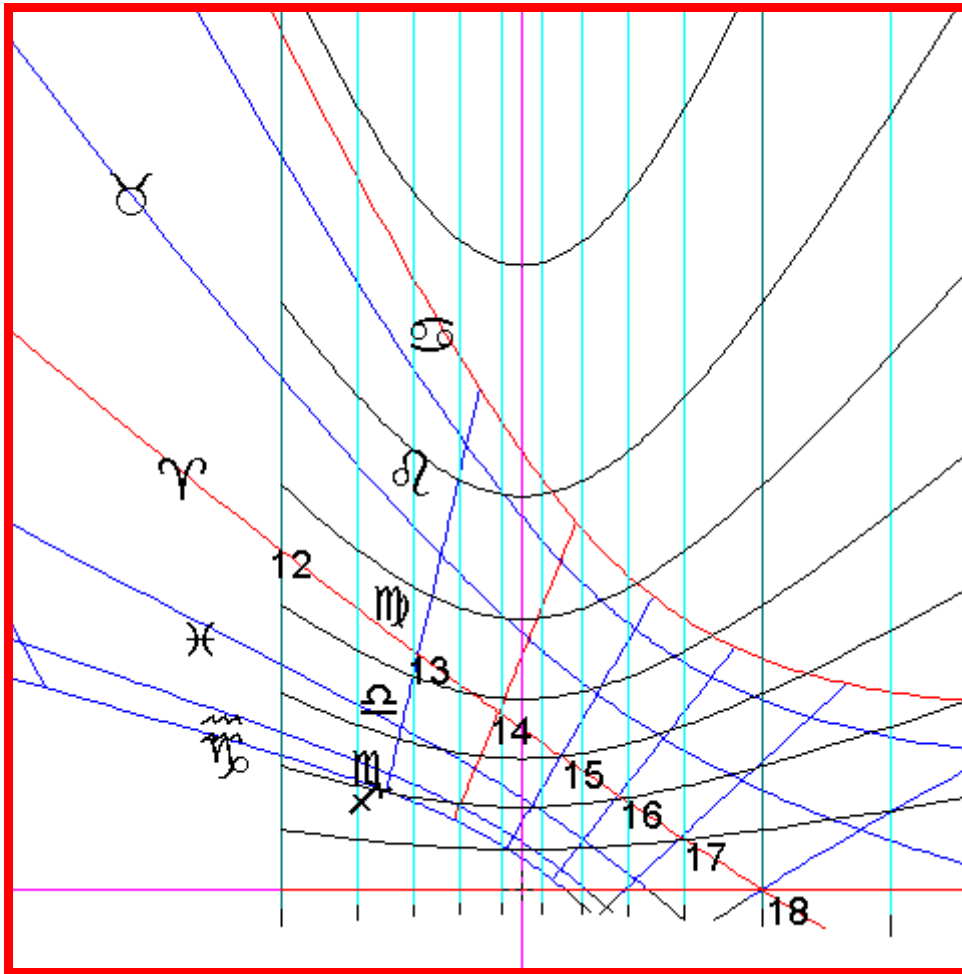
Cadran du matin



Cadran du soir



Les deux fois deux cadrans présentent les trois systèmes d'heures, à la française, italique, babylonique, ainsi que les arcs de déclinaison aux sept valeurs des 21 mensuels, ce qui est un peu plus qu'à Saint-Antoine où les solstices et l'équinoxe sont seuls visibles ou devinables. Entre ces dessins terminés, après suppression des quadrillages constructifs, et les mêmes tracés portant encore les courbes des hauteurs et les verticales d'azimut, beaucoup de lignes devenues inutiles, ont disparu. Voici ce qu'était le tracé du soir avant ces suppressions.



On ne s'étonnera pas de voir les courbes des hauteurs avec leur concavité vers le haut, (puisque le cylindre est convexe) et leurs valeurs croissantes de bas en haut, puisque le cadran fonctionne par réflexion. La verticale d'azimut rouge marque l'azimut  $45^\circ$ . Ici, il n'est peut-être pas inutile de noter qu'on ne doit pas dire que les miroirs déclinent de  $45^\circ$  : ils sont horizontaux, donc leur déclinaison est nulle. Il faut dire qu'ils sont placés sur un rayon du cylindre dont l'azimut s'aligne, à peu près, dans le  $45^\circ$  Est ou Ouest. La nature des cadrans qu'ils engendrent dépend donc uniquement de la surface de la table gnomonique.

Le tracé des cadrans sur le fût ne diffère presque pas du tracé sur cylindre concave. Il requiert les mêmes calculs et le même réseau des hauteurs et azimuts où positionner les points remarquables du parcours solaire.

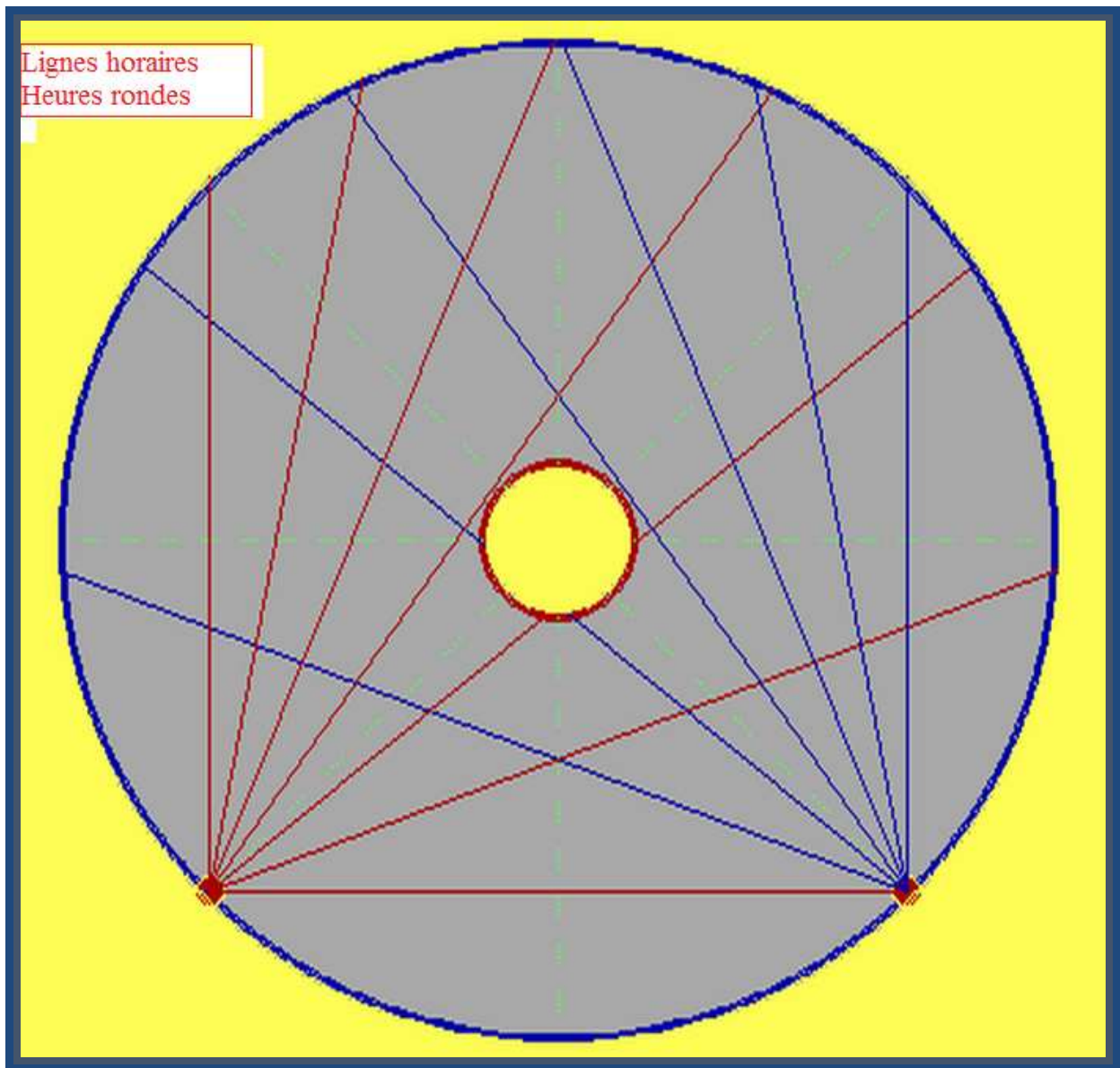
### Troisième partie

#### Cadrans plans horizontaux, sur les envers des marches d'escalier

\*\*\*\*\*

On peut prendre facilement une idée de ce que serait un cadran horizontal, non morcelé, sur un plancher établi au niveau de chacune des quatre fenestrelles, dont le miroir

correspondrait au pied du style polaire. En voici une image qu'on peut utilement comparer à celle déjà donnée plus haut, pour les éventails azimuthaux. Il s'agit encore d'une coupe horizontale du cylindre au niveau des miroirs.



Voici les valeurs des angles tabulaires, pour la latitude  $45^\circ$

Midi =  $0^\circ$

11h ou 13h =  $10^\circ 44'$

10h ou 14h =  $22^\circ 12'$

9h ou 15h =  $35^\circ 16'$

8h ou 16h =  $50^\circ 46'$

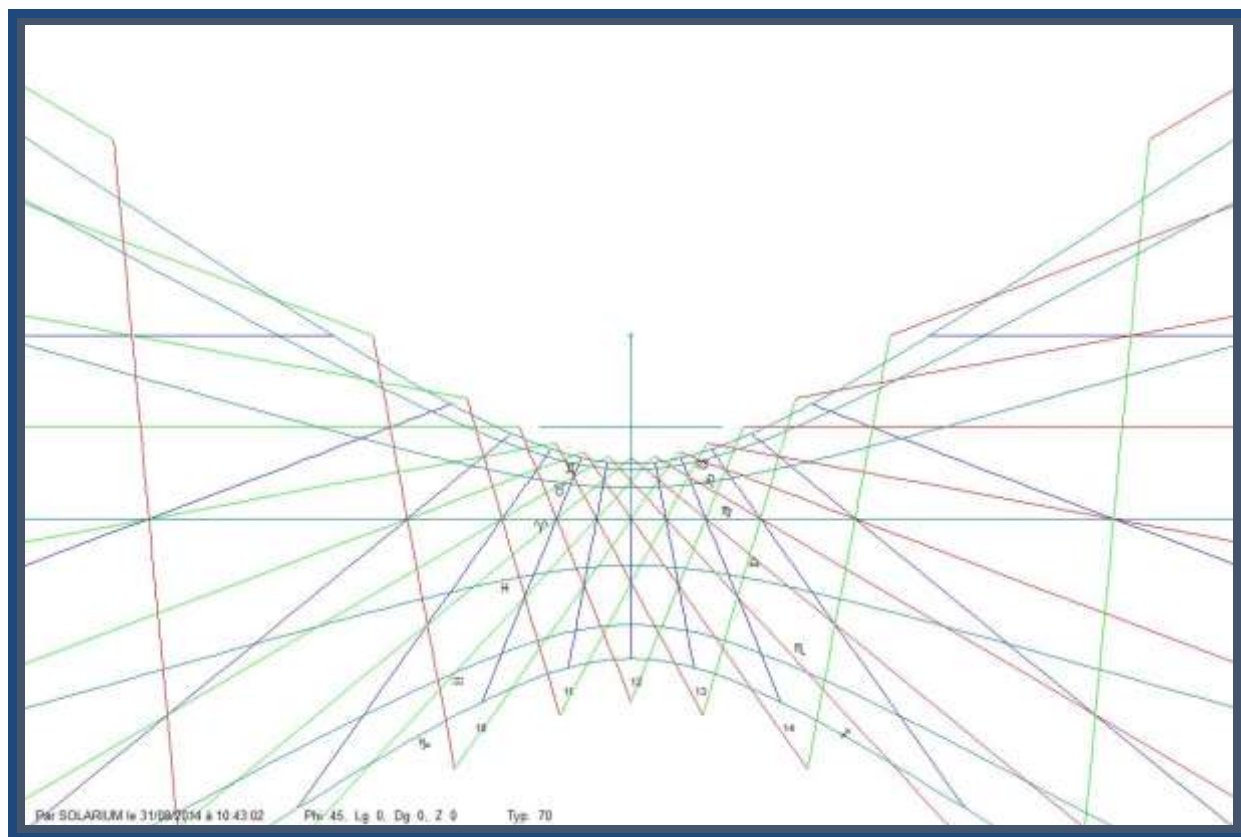
7h ou 17h =  $69^\circ 15'$

6h ou 18h =  $90^\circ$

De même que nous avons constaté que les azimuts  $35^\circ$  et  $55^\circ$  tangentent le fût central, de même, ici, nous constatons que la ligne de 9 heures (par la fenestrelle SE) et la ligne de 15 heures (par la fenestrelle SW), le tangentent également, ce qui a pu fournir des repères de tracé.

Cela posé, nous devons avouer que nous n'avons plus rien à dire sur ce tracé des cadrans horizontaux. Nous ne voyons pas d'autre méthode qu'empirique, ou à partir d'un réseau de coordonnées horizontales, comme sur la paroi du cylindre. A moins que, plus

empirique encore, le cadranier n'ait dessiné, sur un solide support, un cadran horizontal inversé (puisque plafonnier) et ne l'ait fractionné en autant de tranches que comptent de marches les 360° d'une révolution de l'escalier. Les assemblages auraient été facilités par les repères azimutaux. Voici ce qu'aurait pu représenter un tel dessin (logiciel Solarium, déjà cité). Lui superposer un éventail de découpage selon des azimuts donnés, se réalise sans problème : le centre de l'éventail azimutal se place sur le point où la ligne de XII croise les lignes de VI et VI, au dessus de la croix verte.



## Quatrième partie

### Cadrans plans verticaux, sur les envers des contremarches d'escalier

\*\*\*\*\*

Messieurs Gay et Morat (op.cit.) affirment que « *le cadran se développe sur deux révolutions d'escalier, ce qui correspond exactement à 27 marches* ». C'est ce que nous avons déjà vu, plus haut, en passant à 14 marches pour une révolution et à 13 pour la suivante.

Il s'en suit que chaque contremarche verticale a une déclinaison gnomonique qui diffère de celle de la contremarche immédiatement voisine de  $+ 27^\circ$ ,  $7'$ . On se doute que le gnomoniste, s'il a eu recours au calcul, a dû arrondir. Evidemment, la déclinaison d'un envers de contremarche diffère de  $180^\circ$  de la déclinaison de sa contremarche. Voir en annexe VI, l'exposé de l'importance du nombre de marches. Il doit être pur de toute incertitude ou approximation. Comme pour les cadrans horizontaux, nous ne voyons que des méthodes empiriques ou des tracés préalables, mais comme les cadrans sont ici déclinants, il aurait fallu autant de tracés que d'envers de contremarches gnomonisés, soit une bonne quinzaine.

## Cinquième partie

### Cadrans plans verticaux sur les piédroits des fenestrelles (pour mémoire)

\*\*\*\*\*

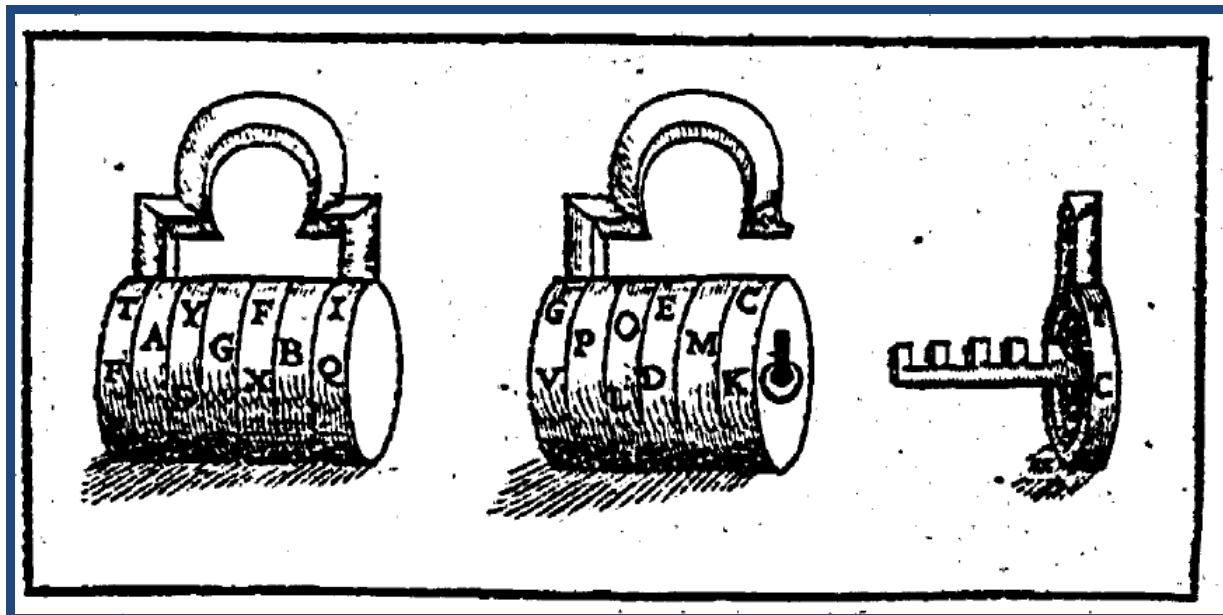
## Conclusion provisoire

-----

Rien de tout cela, nous le reconnaissons, n'emporte une conviction bien assurée. Le tracé préalable d'un réseau altazimutal sur la paroi du cylindre convexe et du cylindre concave, ne semble pas hors de portée du gnomoniste de Saint-Antoine, mais cette façon de faire implique l'emploi régulier du formulaire de l'Annexe IV ou le maniement d'un

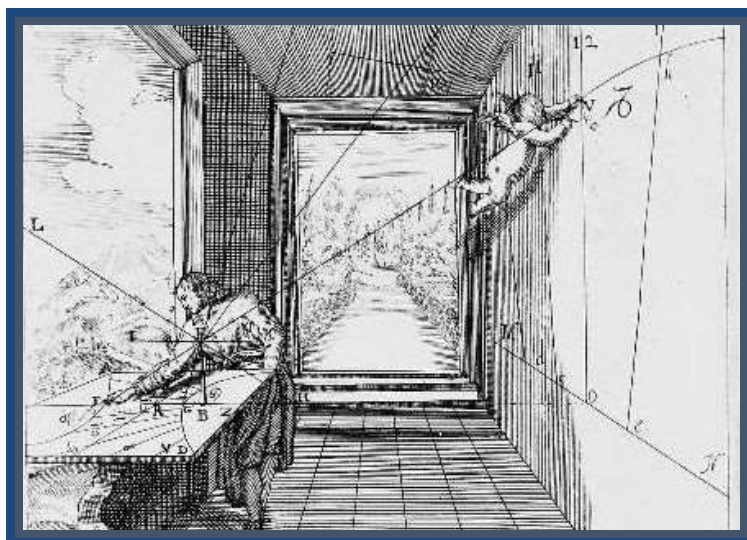
astrolabe. Rien ne démontre que cela ait été fait, sauf, peut-être, mais ce n'est qu'un indice, la présence de repentirs, comme si des tracés a priori avaient été corrigés, ensuite, par l'observation régulière des taches de lumière. Nous avons déjà avoué que les tracés horizontaux ou verticaux ne nous inspiraient rien.

Alors, la méthode de tracé reste-t-elle cadenassée comme la « sera buteonica » ...



La « sera buteonica » (in *Logistica*, Quaestio 92, pp. 312 sq.)

... ou bien, quelque putto rieur a-t-il aidé Buteo, comme celui qui s'appliquera à pointer les repères pour Maignan, un siècle plus tard ?



## ANNEXE 1: TABLEAU DES CORDES

PROGRAMME <CORDE>.

=====

CE PROGRAMME CALCULE LA VALEUR DES CORDES D'ARC.

LA CORDE D'UN ARC EST LE DOUBLE DU SINUS D'UN ARC EGAL A LA MOITIE DE CELUI QU'ON DONNE.

ENTREZ LA LONGUEUR DU RAYON:

135

ARC DONNE	DEMI-ARC .....	SINUS DE MI-ARC ..... (2*SIN(1/2 ARC))	CORDE	LONGUEUR CORDE
1	0.50	0.008727	0.017453	2.35616
2	1.00	0.017452	0.034905	4.71215
3	1.50	0.026177	0.052354	7.06778
4	2.00	0.034900	0.069799	9.42287
5	2.50	0.043619	0.087239	11.77723
6	3.00	0.052336	0.104672	14.13071
7	3.50	0.061049	0.122097	16.48311
8	4.00	0.069756	0.139513	18.83425
9	4.50	0.078459	0.156918	21.18396
10	5.00	0.087156	0.174311	23.53205
11	5.50	0.095846	0.191692	25.87836
12	6.00	0.104528	0.209057	28.22269
13	6.50	0.113203	0.226406	30.56487
14	7.00	0.121869	0.243739	32.90473
15	7.50	0.130526	0.261052	35.24207
16	8.00	0.139173	0.278346	37.57674
17	8.50	0.147809	0.295619	39.90854
18	9.00	0.156434	0.312869	42.23731
19	9.50	0.165048	0.330095	44.56285
20	10.00	0.173648	0.347296	46.88501
21	10.50	0.182236	0.364471	49.20360
22	11.00	0.190809	0.381618	51.51843
23	11.50	0.199368	0.398736	53.82934
24	12.00	0.207912	0.415823	56.13616
25	12.50	0.216440	0.432879	58.43870
26	13.00	0.224951	0.449902	60.73678
27	13.50	0.233445	0.466891	63.03025
28	14.00	0.241922	0.483844	65.31892
29	14.50	0.250380	0.500760	67.60261
30	15.00	0.258819	0.517638	69.88115
31	15.50	0.267238	0.534477	72.15436
32	16.00	0.275637	0.551275	74.42209
33	16.50	0.284015	0.568031	76.68415
34	17.00	0.292372	0.584743	78.94036
35	17.50	0.300706	0.601412	81.19057
36	18.00	0.309017	0.618034	83.43460
37	18.50	0.317305	0.634609	85.67226
38	19.00	0.325568	0.651136	87.90341
39	19.50	0.333807	0.667614	90.12784
40	20.00	0.342020	0.684040	92.34544
41	20.50	0.350207	0.700415	94.55599
42	21.00	0.358368	0.716736	96.75934
43	21.50	0.366501	0.733003	98.95534
44	22.00	0.374607	0.749213	101.14380
45	22.50	0.382683	0.765367	103.32450
46	23.00	0.390731	0.781462	105.49740
47	23.50	0.398749	0.797498	107.66230
48	24.00	0.406737	0.813473	109.81890
49	24.50	0.414693	0.829387	111.96720
50	25.00	0.422618	0.845237	114.10690
51	25.50	0.430511	0.861022	116.23800
52	26.00	0.438371	0.876742	118.36020
53	26.50	0.446198	0.892396	120.47340
54	27.00	0.453991	0.907981	122.57740

55	27.50	0.461749	0.923497	124.67210
56	28.00	0.469472	0.938943	126.75730
57	28.50	0.477159	0.954318	128.83290
58	29.00	0.484810	0.969619	130.89860
59	29.50	0.492424	0.984847	132.95440
60	30.00	0.500000	1.000000	135.00000
61	30.50	0.507538	1.015077	137.03530
62	31.00	0.515038	1.030076	139.06030
63	31.50	0.522499	1.044997	141.07460
64	32.00	0.529919	1.059839	143.07820
65	32.50	0.537300	1.074599	145.07090
66	33.00	0.544639	1.089278	147.05260
67	33.50	0.551937	1.103874	149.02300
68	34.00	0.559193	1.118386	150.98210
69	34.50	0.566406	1.132813	152.92970
70	35.00	0.573576	1.147153	154.86570
71	35.50	0.580703	1.161406	156.78980
72	36.00	0.587785	1.175571	158.70200
73	36.50	0.594823	1.189646	160.60210
74	37.00	0.601815	1.203630	162.49010
75	37.50	0.608761	1.217523	164.36560
76	38.00	0.615662	1.231323	166.22860
77	38.50	0.622515	1.245029	168.07900
78	39.00	0.629320	1.258641	169.91650
79	39.50	0.636078	1.272157	171.74110
80	40.00	0.642788	1.285575	173.55260
81	40.50	0.649448	1.298896	175.35100
82	41.00	0.656059	1.312118	177.13590
83	41.50	0.662620	1.325240	178.90740
84	42.00	0.669131	1.338261	180.66530
85	42.50	0.675590	1.351180	182.40940
86	43.00	0.681998	1.363997	184.13960
87	43.50	0.688355	1.376709	185.85570
88	44.00	0.694658	1.389317	187.55780
89	44.50	0.700909	1.401819	189.24550
90	45.00	0.707107	1.414214	190.91880
91	45.50	0.713250	1.426501	192.57760
92	46.00	0.719340	1.438680	194.22170
93	46.50	0.725374	1.450749	195.85110
94	47.00	0.731354	1.462707	197.46550
95	47.50	0.737277	1.474555	199.06490
96	48.00	0.743145	1.486290	200.64910
97	48.50	0.748956	1.497911	202.21800
98	49.00	0.754710	1.509419	203.77160
99	49.50	0.760406	1.520812	205.30960
100	50.00	0.766045	1.532089	206.83200
101	50.50	0.771625	1.543249	208.33870
102	51.00	0.777146	1.554292	209.82940
103	51.50	0.782608	1.565216	211.30420
104	52.00	0.788011	1.576021	212.76290
105	52.50	0.793353	1.586707	214.20540
106	53.00	0.798636	1.597271	215.63160
107	53.50	0.803857	1.607714	217.04140
108	54.00	0.809017	1.618034	218.43460
109	54.50	0.814116	1.628231	219.81120
110	55.00	0.819152	1.638304	221.17110
111	55.50	0.824126	1.648253	222.51410
112	56.00	0.829038	1.658075	223.84020
113	56.50	0.833886	1.667772	225.14920
114	57.00	0.838671	1.677341	226.44110
115	57.50	0.843392	1.686783	227.71570

116	58.00	0.848048	1.696096	228.97300
117	58.50	0.852640	1.705280	230.21290
118	59.00	0.857167	1.714335	231.43520
119	59.50	0.861629	1.723258	232.63990
120	60.00	0.866025	1.732051	233.82690
121	60.50	0.870356	1.740711	234.99600
122	61.00	0.874620	1.749240	236.14730
123	61.50	0.878817	1.757634	237.28070
124	62.00	0.882948	1.765895	238.39590
125	62.50	0.887011	1.774022	239.49290
126	63.00	0.891007	1.782013	240.57180
127	63.50	0.894934	1.789869	241.63230
128	64.00	0.898794	1.797588	242.67440
129	64.50	0.902585	1.805171	243.69800
130	65.00	0.906308	1.812616	244.70310
131	65.50	0.909961	1.819923	245.68960
132	66.00	0.913546	1.827091	246.65730
133	66.50	0.917060	1.834120	247.60620
134	67.00	0.920505	1.841010	248.53630
135	67.50	0.923880	1.847759	249.44750
136	68.00	0.927184	1.854368	250.33970
137	68.50	0.930418	1.860835	251.21280
138	69.00	0.933581	1.867161	252.06680
139	69.50	0.936672	1.873344	252.90150
140	70.00	0.939693	1.879386	253.71710
141	70.50	0.942642	1.885283	254.51320
142	71.00	0.945519	1.891037	255.29000
143	71.50	0.948324	1.896647	256.04740
144	72.00	0.951057	1.902113	256.78530
145	72.50	0.953717	1.907434	257.50360
146	73.00	0.956305	1.912610	258.20230
147	73.50	0.958820	1.917640	258.88130
148	74.00	0.961262	1.922524	259.54070
149	74.50	0.963631	1.927261	260.18020
150	75.00	0.965926	1.931852	260.80000
151	75.50	0.968148	1.936295	261.39990
152	76.00	0.970296	1.940592	261.97990
153	76.50	0.972370	1.944740	262.53990
154	77.00	0.974370	1.948740	263.07990
155	77.50	0.976296	1.952592	263.60000
156	78.00	0.978148	1.956295	264.09990
157	78.50	0.979925	1.959849	264.57970
158	79.00	0.981627	1.963255	265.03930
159	79.50	0.983255	1.966510	265.47890
160	80.00	0.984808	1.969616	265.89810
161	80.50	0.986286	1.972571	266.29710
162	81.00	0.987689	1.975377	266.67590
163	81.50	0.989016	1.978032	267.03430
164	82.00	0.990268	1.980536	267.37240
165	82.50	0.991445	1.982890	267.69010
166	83.00	0.992546	1.985092	267.98750
167	83.50	0.993572	1.987144	268.26440
168	84.00	0.994522	1.989044	268.52090
169	84.50	0.995396	1.990793	268.75700
170	85.00	0.996195	1.992390	268.97260
171	85.50	0.996917	1.993835	269.16770
172	86.00	0.997564	1.995128	269.34230
173	86.50	0.998135	1.996270	269.49640
174	87.00	0.998630	1.997259	269.63000
175	87.50	0.999048	1.998097	269.74310
176	88.00	0.999391	1.998782	269.83550

177	88.50	0.999657	1.999315	269.90750
178	89.00	0.999848	1.999695	269.95890
179	89.50	0.999962	1.999924	269.98980
180	90.00	1.000000	2.000000	270.00000

Cette dernière valeur est égale au diamètre

\*\*\*\*\* <FIN DU PROGRAMME> \*\*\*\*\*

## Annexe 2 :

### Passages des courbes de hauteur sur les verticales d'azimut

-----

SAINT-ANTOINE L'ABBAYE  
 QUADRILLAGE DE LA PAROI CYLINDRIQUE DE L'ESCALIER DU CLOCHER  
 VERTICALES MARQUANT LES AZIMUTS DU SOLEIL, DE 0° ... 90°, PAR PAS DE 5° ET  
 HORIZONTALES MARQUANT SES HAUTEURS DE 0°à 70°, PAR PAS DE 5°.  
 \*\*\*\*\*  
 LONGUEURS DES RAYONS AZIMUTAUX.

-----

AZIMUT.ANGLE AU CENTRE.LONGUEUR/cm

0	90	190.9188
5	100	206.8320
10	110	221.1711
15	120	233.8269
20	130	244.7031
25	140	253.7171
30	150	260.8000
35	160	265.8981
40	170	268.9726
45	180	270.0000
50	170	268.9726
55	160	265.8981
60	150	260.8000
65	140	253.7171
70	130	244.7031
75	120	233.8269
80	110	221.1711
85	100	206.8320
90	90	190.9188

RESEAU DES AZIMUTS ET HAUTEURS SUR LA PAROI CYLINDRIQUE DE LA CAGE  
 D'ESCALIER  
 \*\*\*\*\*  
 HAUTEURS, SUR VERTICALES D'AZIMUT, DES PASSAGES DES COURBES DE HAUTEUR DU  
 SOLEIL

-----

0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0

5	16.70323 cm
5	19.34996
5	21.40875
5	22.81704
5	23.53183
5	23.53183
5	22.81704
5	21.40875
5	19.34996
5	16.70323
10	33.66414
10	38.99843
10	43.14776
10	45.98608
10	47.42667
10	47.42667
10	45.98608
10	43.14776
10	38.99843
10	33.66414
15	51.15654
15	59.26263
15	65.568
15	69.88116
15	72.07031
15	72.07031
15	69.88116
15	65.568
15	59.26263
15	51.15654
20	69.48875
20	80.49969
20	89.06463
20	94.92342
20	97.89706
20	97.89706
20	94.92342
20	89.06463
20	80.49969
20	69.48875
25	89.0269
25	103.1338
25	114.1069
25	121.6131
25	125.4228
25	125.4228
25	121.6131
25	114.1069
25	103.1338
25	89.0269
30	110.227
30	127.6932
30	141.2794
30	150.5729
30	155.2899
30	155.2899
30	150.5729
30	141.2794
30	127.6932
30	110.227
35	133.6828

35	154.8657
35	171.343
35	182.6141
35	188.3348
35	188.3348
35	182.6141
35	171.343
35	154.8657
35	133.6828
40	160.1999
40	185.5846
40	205.3303
40	218.8372
40	225.6926
40	225.6926
40	218.8372
40	205.3303
40	185.5846
40	160.1999
45	190.9188
45	221.1711
45	244.7031
45	260.8
45	268.97
45	268.97
45	260.8
45	244.7031
45	221.1711
45	190.9188
50	227.5282
50	263.5815
50	291.6258
50	310.8093
50	320.546
50	320.546
50	310.8093
50	291.6258
50	263.5815
50	227.5282
55	272.6603
55	315.8651
55	349.4722
55	372.461
55	384.129
55	384.129
55	372.461
55	349.4722
55	315.8651
55	272.6603
60	330.6811
60	383.0796
60	423.8383
60	451.7189
60	465.8698
60	465.8698
60	451.7189
60	423.8383
60	383.0796
60	330.6811
65	409.4267
65	474.303

65	524.7675
65	559.2875
65	576.8081
65	576.8081
65	559.2875
65	524.7675
65	474.303
65	409.4267
70	524.5452
70	607.6627
70	672.3163
70	716.5422
70	738.9891
70	738.9891
70	716.5422
70	672.3163
70	607.6627
70	524.5452

### Annexe 3 : Tableau des hauteurs et des azimuts du Soleil, date par date et calculs des longueurs, sur le cylindre, des espacements entre verticales d'azimut et entre courbes de hauteur.

SAINT-ANTOINE L'ABBAYE

ON PEUT CONSULTER

D. SAVOIE, « La Gnomonique » pp. 216 à 221

P. TOSI, « Du calcul à la réalisation des Cadrons solaires » pp.78-79

PHI=45\*RD

DEC=45\*RD 'DECLINAISON DE LA FENESTRELLE

LSD=270 'DIAMETRE DU CYLINDRE (270cm)

PROGRAMME BUTEOLOP

SAINT-ANTOINE L'ABBAYE

TRACE COMPLET DU CADRAN SUR LE CYLINDRE DE LA CAGE D'ESCALIER.EN REALITE

CHAQUE FENESTRELLE NE DONNE LES HEURES QUE DE VI à XII (MATIN SE) OU DE XII à VI (SOIR SW).

LE PROGRAMME COMPREND DEUX PARTIES: CALCUL DES COORDONNEES XX ET YY DES POINTS OU LES LIGNES HORAIRES COUPENT LES ARCS DE DECLINAISON, PUIS DESSIN.

LATITUDE:45°

DIAMETRE DU CYLINDRE:270 CENTIMETRES

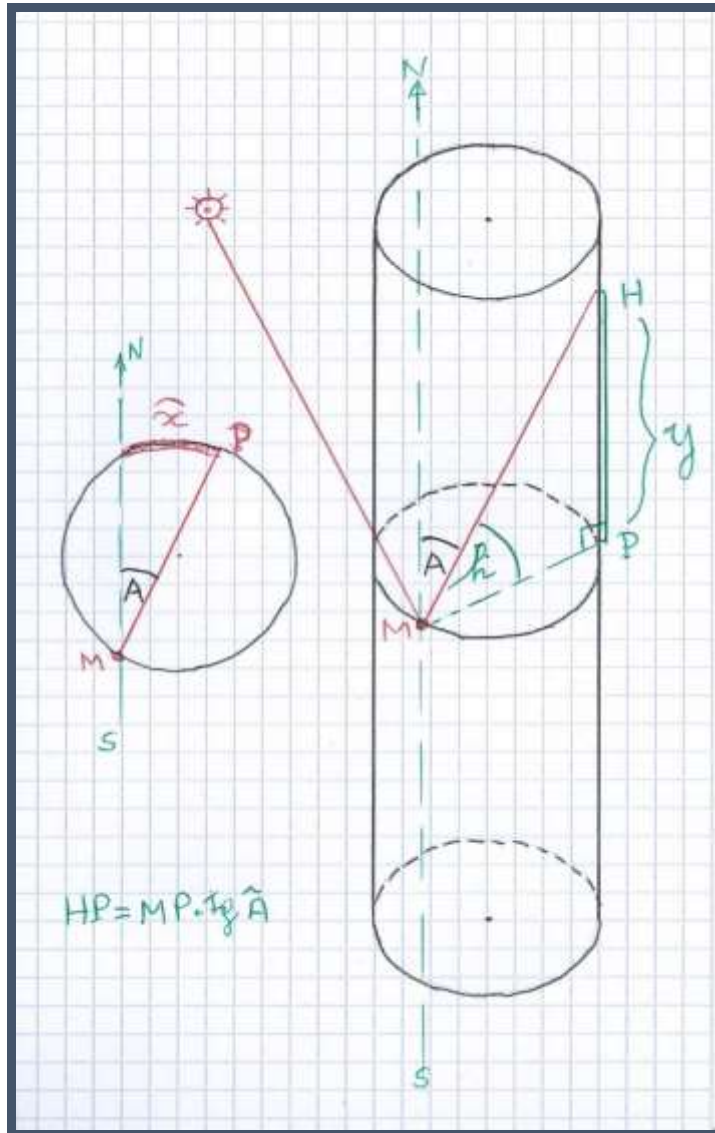
LONGUEUR D'UN ARC SOUS-TENDU PAR UN ANGLE INSCRIT DE 1ø DONT LE SOMMET EST SUR UN MIROIR.CET ANGLE A MEME VALEUR QU'UN ANGLE AU CENTRE DE VALEUR DOUBLE, DONC 1/180 ET ICI:

DIAMETRE=270 // RAYON=135 // CIRCONFERENCE=848.23cm ET 1 DEGRE D'ARC OU D'ANGLE OU D'AZIMUT=4.71cm. C'EST LA GRADUATION DES VERTICALES D'AZIMUT. POUR POUVOIR CALCULER LES GRADUATIONS DES HAUTEURS, IL NOUS FAUT CONNAITRE LA LONGUEUR DES RAYONS ISSUS DES MIROIRS, AU BOUT DESQUELS, SUR LE MUR DU CYLINDRE, S'ELEVENT LES COURBES DES HAUTEURS.

LA LONGUEUR DES RAYONS EST DONNEE PAR LA CORDE DE L'ANGLE INSCRIT.VOIR TABLEAU DES CORDES.

DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
23.44	5.00	-116.88	6.51	550.78	240.83	27.48
23.44	6.00	-107.04	16.34	504.43	258.14	75.66
23.44	7.00	-97.29	26.69	458.47	267.82	134.65
23.44	8.00	-86.90	37.28	409.48	269.60	205.21
23.44	9.00	-74.70	47.73	352.02	260.43	286.54
23.44	10.00	-58.55	57.47	275.91	230.34	361.15
23.44	11.00	-34.51	65.22	162.63	152.97	331.37
23.44	12.00	0.00	68.44	0.00	190.92	483.19
23.44	13.00	34.51	65.22	162.63	152.97	331.37
23.44	14.00	58.55	57.47	275.91	230.34	361.15
23.44	15.00	74.70	47.73	352.02	260.43	286.54
23.44	16.00	86.90	37.28	409.48	269.60	205.21
23.44	17.00	97.29	26.69	458.47	267.82	134.65
23.44	18.00	107.04	16.34	504.43	258.14	75.66
23.44	19.00	116.88	6.51	550.78	240.83	27.48
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
20.15	5.00	-114.61	4.12	540.09	245.47	17.66
20.15	6.00	-104.55	14.10	492.66	261.35	65.64
20.15	7.00	-94.53	24.54	445.44	269.16	122.91
20.15	8.00	-83.80	35.13	394.89	268.42	188.89
20.15	9.00	-71.21	45.48	335.58	255.62	259.92
20.15	10.00	-54.78	54.93	258.17	220.59	314.24
20.15	11.00	-31.43	62.23	148.10	140.79	267.32
20.15	12.00	0.00	65.15	0.00	190.92	412.24
20.15	13.00	31.43	62.23	148.10	140.79	267.32
20.15	14.00	54.78	54.93	258.17	220.59	314.24
20.15	15.00	71.21	45.48	335.58	255.62	259.92
20.15	16.00	83.80	35.13	394.89	268.42	188.89
20.15	17.00	94.53	24.54	445.44	269.16	122.91
20.15	18.00	104.55	14.10	492.66	261.35	65.64
20.15	19.00	114.61	4.12	540.09	245.47	17.66
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
11.47	6.00	-98.16	8.08	462.59	267.26	37.96
11.47	7.00	-87.66	18.66	413.07	269.77	91.11
11.47	8.00	-76.36	29.15	359.86	262.39	146.35
11.47	9.00	-63.24	39.10	298.02	241.09	195.90
11.47	10.00	-46.84	47.80	220.72	196.95	217.17
11.47	11.00	-25.63	54.09	120.77	116.78	161.29
11.47	12.00	0.00	56.47	0.00	190.92	288.12
11.47	13.00	25.63	54.09	120.77	116.78	161.29
11.47	14.00	46.84	47.80	220.72	196.95	217.17
11.47	15.00	63.24	39.10	298.02	241.09	195.90
11.47	16.00	76.36	29.15	359.86	262.39	146.35
11.47	17.00	87.66	18.66	413.07	269.77	91.11
11.47	18.00	98.16	8.08	462.59	267.26	37.96
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
0.00	6.00	-90.00	0.00	424.11	270.00	0.00
0.00	7.00	-79.27	10.55	373.56	265.28	49.38
0.00	8.00	-67.79	20.70	319.46	249.97	94.48
0.00	9.00	-54.74	30.00	257.94	220.45	127.28
0.00	10.00	-39.23	37.76	184.87	170.76	132.27
0.00	11.00	-20.75	43.08	97.80	95.67	89.47
0.00	12.00	0.00	45.00	0.00	190.92	190.92

0.00	13.00	20.75	43.08	97.80	95.67	89.47
0.00	14.00	39.23	37.76	184.87	170.76	132.27
0.00	15.00	54.74	30.00	257.94	220.45	127.28
0.00	16.00	67.79	20.70	319.46	249.97	94.48
0.00	17.00	79.27	10.55	373.56	265.28	49.38
0.00	18.00	90.00	0.00	424.11	270.00	0.00
=====						
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
-----						
-11.47	7.00	-71.32	2.22	336.11	255.78	9.92
-11.47	8.00	-60.15	11.88	283.44	234.17	49.27
-11.47	9.00	-47.70	20.45	224.77	199.69	74.47
-11.47	10.00	-33.48	27.36	157.79	148.96	77.07
-11.47	11.00	-17.39	31.92	81.94	80.69	50.27
-11.47	12.00	0.00	33.53	0.00	190.92	126.51
-11.47	13.00	17.39	31.92	81.94	80.69	50.27
-11.47	14.00	33.48	27.36	157.79	148.96	77.07
-11.47	15.00	47.70	20.45	224.77	199.69	74.47
-11.47	16.00	60.15	11.88	283.44	234.17	49.27
-11.47	17.00	71.32	2.22	336.11	255.78	9.92
=====						
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
-----						
-20.15	8.00	-54.71	5.07	257.80	220.38	19.54
-20.15	9.00	-42.96	13.05	202.42	183.99	42.65
-20.15	10.00	-29.83	19.35	140.59	134.32	47.17
-20.15	11.00	-15.36	23.43	72.36	71.50	30.98
-20.15	12.00	0.00	24.85	0.00	190.92	88.42
-20.15	13.00	15.36	23.43	72.36	71.50	30.98
-20.15	14.00	29.83	19.35	140.59	134.32	47.17
-20.15	15.00	42.96	13.05	202.42	183.99	42.65
-20.15	16.00	54.71	5.07	257.80	220.38	19.54
=====						
DECSOL	AH	AZIMUT	HAUTEUR	XXcm	RAYONS	YYcm
-----						
-23.44	8.00	-52.68	2.47	248.26	214.73	9.26
-23.44	9.00	-41.24	10.22	194.34	177.99	32.10
-23.44	10.00	-28.55	16.29	134.54	129.04	37.72
-23.44	11.00	-14.66	20.20	69.07	68.32	25.14
-23.44	12.00	0.00	21.56	0.00	190.92	75.44
-23.44	13.00	14.66	20.20	69.07	68.32	25.14
-23.44	14.00	28.55	16.29	134.54	129.04	37.72
-23.44	15.00	41.24	10.22	194.34	177.99	32.10
-23.44	16.00	52.68	2.47	248.26	214.73	9.26
=====						



Légende du dessin :

M = miroir déclinant de  $45^\circ$  vers le SW

A = azimut du Soleil

P = point bornant l'arc x que sous-tend l'azimut du Soleil.

h = hauteur du soleil

MP = trace, sur le plan horizontal passant par le miroir, de l'azimut du Soleil

MH = rayon réfléchi

PH = longueur de l'axe des ordonnées y, mesurée depuis le plan horizontal

Exemple tiré du tableau ci-dessus (surligné en vert) :

Déclinaison 21 juin =  $23^\circ 44'$

Angle horaire = 14h =  $30^\circ$

Azimut du Soleil =  $58^\circ 55'$

Hauteur du Soleil =  $57^\circ 47'$

Longueur MP = 230,34 cm

Longueur de l'arc x = 275,91 cm

Longueur de PH, au dessus du plan horizontal, =  $y = 361,15$  cm

Cet exemple montre que, le 21 juin, il est probable que la tache de lumière réfléchi aura quitté la paroi cylindrique de la cage d'escalier et se projettera sur l'envers des marches. Nous l'avons laissée sur le cylindre uniquement pour la clarté de l'explication.

On a bien vu que, par le point H, passent à la fois :

Une courbe de déclinaison, celle du 21 juin

Une ligne d'angle horaire, ici  $30^\circ = 14$  heures

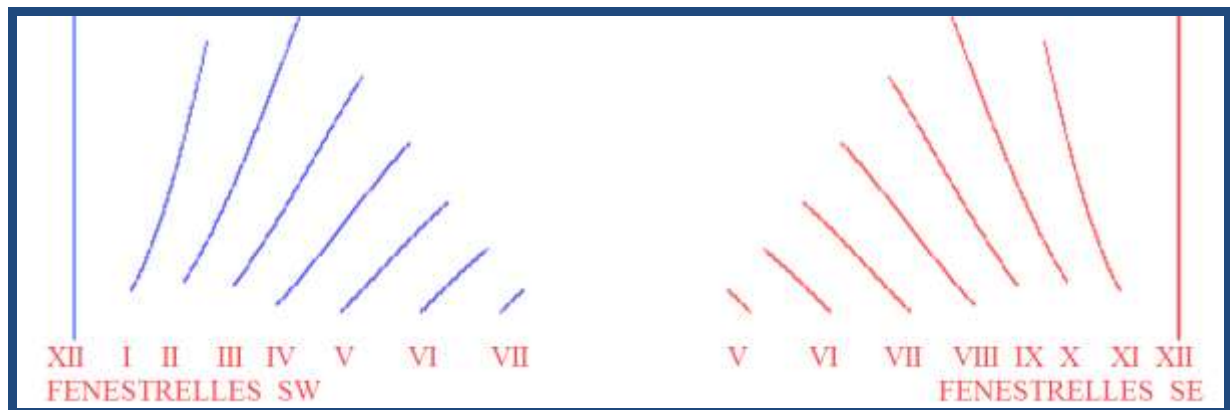
Une verticale d'azimut =  $58^\circ 55'$

Une courbe de hauteur =  $57^\circ 47'$

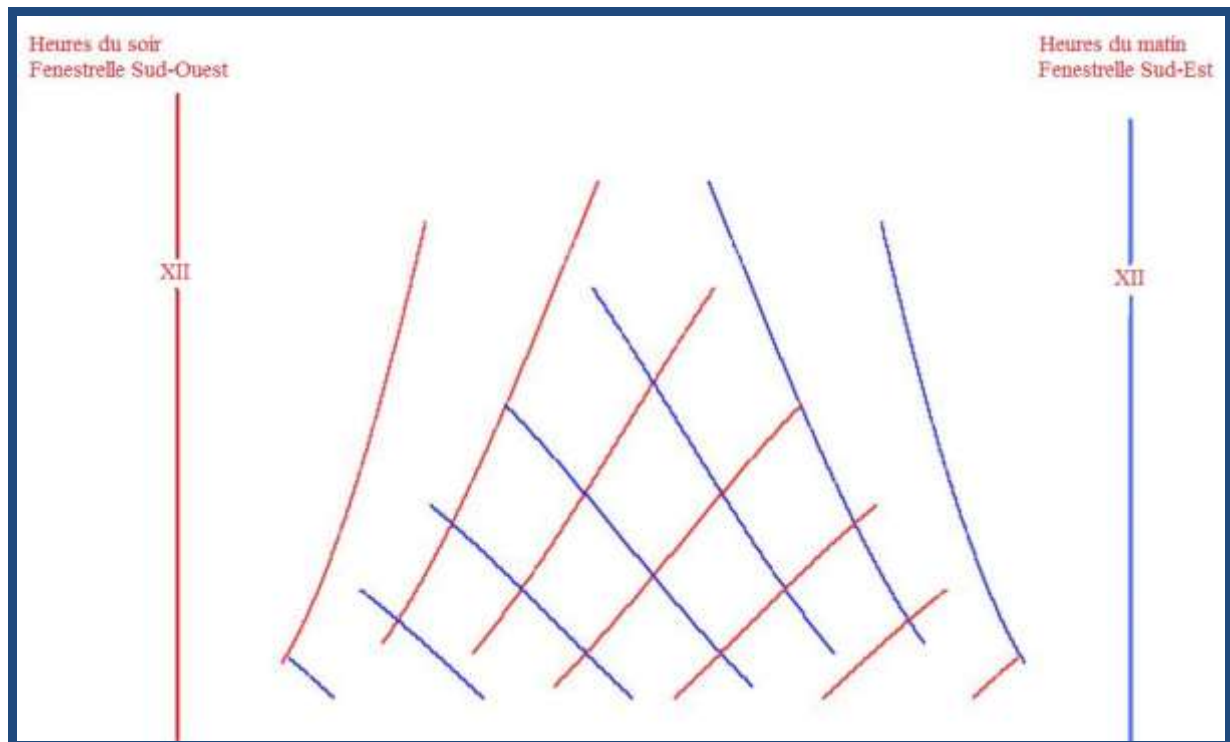
Les mesures des coordonnées horizontales procurent les coordonnées équatoriales.

\*\*\*\*\*

Voici les éventails horaires activés par chaque étage de fenestrelles



Sur le dessin suivant, on a superposé les lignes horaires du matin, procurées par la fenestrelle Sud-Est et celles du soir qu'éclaire la fenestrelle Sud-Ouest. Les deux midis ont été ajoutés, mais ils ne sont pas tracés à Saint-Antoine. Cette superposition reconstitue l'image habituelle du cadran tracé à l'intérieur d'un cylindre vertical, mais inversée puisque l'œil percé sur une génératrice, est ici remplacé par un miroir.



#### Annexe 4 : Mini-formulaire de gnomonique

1°) Hauteur du Soleil, en fonction de son angle horaire et de sa déclinaison :

$$\sin (h) = \sin (\varphi) * \sin (\delta) + \cos (\varphi) * \cos (\delta) * \cos (H)$$

2°) Azimut du Soleil en fonction de son angle horaire et de sa déclinaison

$$\tan (A) = \sin (H) / (\sin (\varphi) * \cos (H) - (\tan (\delta) * \cos (\varphi)))$$

avec    h = hauteur du Soleil  
            $\varphi$  = latitude  
            $\delta$  = déclinaison du Soleil  
           H = angle horaire (15° = 1 heure)  
           A = azimut

\*\*\*\*\*

Il faudrait établir dans quelle mesure les mathématiciens du milieu du XVIème siècle auraient pu manipuler ces formules, ou d'autres semblables, ou des tables, qui leur auraient procuré la hauteur et l'azimut du Soleil, de date en date et d'heure en heure. Etablir la liste des ouvrages

de mathématiques ou de gnomonique antérieurs à 1550, ne procure pas une réponse fiable, car nul ne peut savoir lesquels Buteo avait lus au moment d'entreprendre son cadran. En revanche, au milieu du XVI<sup>ème</sup> siècle, il connaissait probablement l'astrolabe.

## Annexe 5

### Repères historiques et biographiques

---

La vie, si simple et si retirée de Buteo (c. 1492 – c. 1572) se déroule avec, en toile de fond, l'un des plus flamboyants siècles de l'Occident, le seizième, le siècle de la Renaissance. Deux événements prodigieux en illuminent les bornes. En 1492, la reconquête de Grenade par les Rois Catholiques. En 1571 la bataille de Lépante où, comme autrefois, à Poitiers et pendant les Croisades, la Chrétienté parvient à desserrer l'étreinte mortelle des Infidèles.

Pour Buteo qui était un antonin, donc un homme de foi et de prière, de tels faits ne pouvaient passer inaperçus et, sans nul doute, il rendait grâce à Dieu.

De sa vie, nous ne savons que peu de chose et, encore, les chroniqueurs divergent-ils, parfois.

Il serait donc né vers 1492, près de Valence, à Charpey, dans la paroisse de Bésayes, en Dauphiné. Cette province n'est rattachée à la Couronne de France que depuis le traité de Romans, signé le 13 mars 1349 par le dernier Dauphin, Humbert II, et le roi de France Philippe VI. Le terme diplomatique, juridique et protocolaire qui désigne l'événement est « Transport du Dauphiné à la France ». Auparavant, et depuis 1032, ce territoire formait un Etat indépendant, sous l'autorité des comtes d'Albon, mais dans la mouvance du Saint-Empire romain germanique. L'affaire fut négociée magistralement pour la France, par Amblard de Beaumont, si bien que la seule contrepartie consentie par elle, fut que le Dauphiné conserverait son nom et deviendrait l'apanage du fils aîné du roi de France qui porterait le titre de Dauphin et des armes écartelées de France et du Dauphiné, engagement toujours en vigueur et respecté. Longtemps, le Rhône avait marqué la frontière entre l'Empire et le Royaume ; désormais la France avait passé le Rhône. Cependant, dans son Pouëmo dou Rose, dont l'action se déroule en plein XIX<sup>ème</sup> siècle, Mistral fait encore commander « Royaume » ou « Empire » par les patrons-mariniers condrillots qui donnent ainsi à l'homme de barre, le cap pour chaque accostage, à mesure que progresse la descente du fleuve et que se succèdent les escales, tantôt rive gauche et tantôt rive droite.

Les jeunes années de Jean Borrel, qui n'avait pas encore latinisé son nom en Johannes Buteo, furent sans doute assez sombres. Sa famille était de médiocre noblesse, peu fortunée et nombreuse, aussi, vers 1508, à peine âgé de seize ans, il entre à l'abbaye de Saint-Antoine et y fait profession. Dans sa vie rangée, les mathématiques et les langues anciennes, surtout le grec, forment le fond de ses études. Il y excelle tellement qu'en 1522 on l'envoie à Paris, auprès d'Oronce Fine (pron. Finé), Dauphinois comme lui et mathématicien déjà célèbre, son cadet de deux ans. Fine est commensal des rois François 1<sup>er</sup> et Henri II. Plus tard, en 1553, il construira cette horloge astronomique toujours conservée à la Bibliothèque Sainte-Geneviève. Mais Buteo n'a pas dû s'habituer à cette vie mondaine ; peut-être, aussi, n'a-t-il pas apprécié certaines positions de Fine, en particulier sa prétention d'avoir trouvé la solution au problème de la quadrature du cercle et Buteo, lorsqu'il publiera, après 1550, le réfutera nettement.

Alors, après seulement six ans passés à Paris, Buteo regagne Saint Antoine, en 1528 et reprend ses recherches, puis les publie. Par récréation intellectuelle, il imagine un cadenas à combinaison, la sera buteonica, ou bien trace des cadrans solaires. Celui qui existe encore sur la chapelle de Saint-Jean-le-Fromental, à Dionay, serait de sa main.

Ainsi, à soixante ans passés, Buteo va donner successivement au public :

Opera geometrica ..... en 1554

Logistica quae et arithmetica vulgo dicitur ..... en 1559

De quadratura circuli, libri duo .... en 1559

Apologia adversus epistolam Jacob Peletarii ... en 1562

Tous ces livres furent imprimés à Lyon, en édition princeps.

Il faut encourager le lecteur à télécharger ou consulter le premier titre. Il sera surpris par la variété de questions traitées, telles que le pont de César, la duplication du cube, la structure de l'arche de Noé, la quadrature du cercle et des aperçus juridiques sur les partages après divorces ou décès. Il éprouvera aussi de l'attendrissement devant le caractère si bénévolement pédagogique de certains passages, tel celui-ci que nous nous garderons bien de traduire, car c'est presque du français : « Numerum invenire qui, ductum in 4, et producto additis 5, totum faciat 17 ». Et Buteo, plein de gentillesse, expose la méthode : « Ratiocinium ita facies ... » (\*). Réfléchissant aux problèmes du jet de dés, il élabore une théorie des énumérations et dénombrements, avec tables des combinaisons avec répétitions de six chiffres, pris 1 à 1 ; 2 à 2 ; 3 à 3 ; 4 à 4.

Mais les guerres de religion dévastaient la France et l'abbaye de Saint-Antoine fut ravagée par les huguenots, en 1562, puis en 1567. De tout ce qui avait fait la vie de Buteo, livres, documentation, instruments, tout fut volatilisé, alors, pour le pieux antonin, ce fut l'heure du « nunc dimittis ... ». Il trouva refuge près de Romans, dépouillé de tout, et ne tarda pas à y mourir de chagrin, vers 1572.

De nos jours, Buteo n'est plus guère connu, en dehors de la Gnomonique et pourtant il méritait tout autant de passer à la postérité qu'Oronce Fine ou quelques autres plus chanceux. Cependant on trouve un bon résumé de sa vie in « Nouveau supplément au Grand dictionnaire historique, généalogique ... » de Louis Moreri, Desaint et Saillant.

C'est un peu pour lui rendre hommage que nous avons écrit ces quelques lignes.

-----  
(\* ) De nos jours, même un cancre saurait poser :

$$(x/4) + 5 = 17 \quad // \quad (x/4) = 17 - 5 = 12 \quad // \quad x = 12 * 4 = 48$$

\*\*\*\*\*

Comment repérer ce qui, dans la vie de Buteo, a vraiment compté ? L'Histoire, c'est ce qui a survécu, pas forcément ce qui a compté. Des grandes dates du siècle de la Renaissance, des grands noms, des grands événements et des grands textes, qui ont marqué la vie de Buteo, nous ne savons vraiment que ce qu'il en dit, lui-même, dans ses livres et c'est peu de chose. Comment l'information circulait-elle, autrement que par les livres, chers et peu nombreux jusqu'en 1480 ; l'imprimerie ne datait que de 1455 et bien des œuvres des Anciens ne perduraient que sur des parchemins, encore plus rares et si peu accessibles.

Les quelques repères que nous avons réunis ne sont, à coup sûr, que notre propre choix, forcément incomplet et cependant bien trop abondant.

1°) les grands noms

-----  
Calvin : 1509 - 1564

Copernic : 1473 - 1543

Erasme : 1466/69 – 1536

Jules II (pape) : 1443 – 1503 - 1513

Léonard de Vinci : 1452 - 1519

Luther : 1483 - 1546

Mélancton : 1497 - 1560

Montaigne : 1533 – 1592  
 Oronce Fine : 1494 – 1555  
 Paracelse : 1493 - 1541  
 Saint François de Salles : 1567 – 1622  
 Saint Ignace de Loyola : 1491 – 1556  
 -----  
 Louis XII : 1462 – 1498 - 1515  
 François Ier : 1494 – 1515 -1547  
 Henri II : 1519 – 1547 – 1559  
 François II : 1544 – 1559 - 1560  
 Charles IX : 1550 – 1560 -1574  
 Charles-Quint : 1500 – 1519 -1556 - 1558

## 2°) les grands évènements

-----

1492 Christophe Colomb en Amérique.  
 1493 Traité de Tordesillas  
 1494 Début des guerres d'Italie (1494 -1559)  
 1509 Invention de la montre, à Nuremberg  
 1516 Concordat de Bologne entre la France et la Papauté  
 1517 Luther publie ses « 95 Thèses »  
 1520 Rupture consommée entre Luther et Rome ; début de la Réforme  
 1521 Diète de Worms : Luther mis au ban du Saint-Empire  
 1522 Conquête de Rhodes par les Turcs  
 1523 Extension de la Réforme en Suisse et en Allemagne  
 1525 Bataille de Pavie et 1526 Traité de Madrid : Fin des guerres d'Italie  
 1527 Pillage de Rome par l'armée de Charles-Quint  
 1529 Siègne de Vienne par les Turcs  
 1530-1531 Début des guerres de religion en Suisse et en Allemagne  
 1531 Rupture consommée entre Henri VIII d'Angleterre et Rome : anglicanisme  
 1533 Calvin adhère à la Réforme  
 1534 Affaire des Placards, en France : François Ier inaugure la répression contre le protestantisme.  
 1535 Ecrasement de la révolte de Münster, en Allemagne  
 1539 Ordonnance de Villers-Cotterêts  
 1540 Institution par le pape, de la Compagnie de Jésus, fondée par Loyola en 1534  
 1545 Ouverture du concile de Trente (1545 – 1563)  
 1546 Le concile de Trente approuve la Vulgate, en tant que version officielle de l'Eglise latine.  
 1555 Paix d'Augsbourg : Charles Quint admet l'existence d'Etats protestants dans le Saint-Empire : le rêve d'une Europe occidentale catholique s'évanouit.  
 1559 Espagne : l'Inquisition achève d'étouffer le protestantisme.  
 1560 Conjuration d'Amboise  
 1561 France : Colloque de Poissy : échec de la conciliation entre catholiques et Protestants (Michel de L'Hospital)  
 1562 Massacre de Wassy : début des guerres de religion, en France (jusqu'à l'Edit de Nantes : 1598)  
 1563 Clôture du concile de Trente : renouveau du catholicisme en Italie et en Espagne  
 1571 Bataille de Lépante

1571 Horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg  
 1572 France : massacres de la Saint-Barthélemy (Paris et province)  
 1576 France : formation de la Ligue (catholique) soutenue par l'Espagne  
 1576 France : Les Guises animent l'extrémisme catholique et revendiquent le trône  
 1582 Entrée en vigueur du calendrier grégorien (Grégoire VII)

### 3°) les grands textes

---

1504 Erasme : « Enchiridion »  
 1509 Erasme : « Eloge de la Folie »  
 1522 Erasme : « Colloques »  
 1522 Lefèvre d'Étaples : « Épitres » de saint Paul  
 1525 Luther : « Du serf arbitre » en réponse au « Du libre arbitre » d'Erasme  
 1526 Ignace de Loyola : « Exercices spirituels »  
 1530 Mélanchton : « Confession d'Augsbourg ».  
 1534 Luther achève sa traduction de la Bible en allemand. La Réforme et l'imprimerie  
       vont assurer sa diffusion massive dans les langues vulgaires  
 1541 Calvin, installé à Genève, publie « Institution de la religion chrétienne »  
 1543 Copernic : « De revolutionibus orbium caelestium »  
 1545 Calvin : « Lettre sur l'Usure »  
 1545 Cardan : « Ars magna »  
 1566 Catéchisme du concile de Trente

### 4°) les textes de Gnomonique

---

(selon Andrée Gotteland et Georges Camus,  
       in « Cadrons solaires de Paris » ; CNRS-Editions ; Paris 1993)  
 C. de Boissière, Daulphinois : « La propriété et usage des Quadrans, nouvellement  
       exposée ». Paris 1556  
 J. Bullant : « Recueil d'Horlogiographie, qui contient la description, fabrication et  
       usage des horloges solaires ». Paris 1561  
 J. Bullant : « Petit Traicté de Géométrie et d'Horlogiographie pratique ». Paris 1562  
 E. Vinet : « La manière de fere les solaires que, communément, on appelle  
       Quadrans ». Poitiers 1564, 1583, 1607  
 P. Forcadel : « La Description d'un anneau horaire » ; Paris 1568  
 P. Forcadel : « La description d'un anneau horaire convexe ». Paris 1569

\*\*\*\*\*

## Annexe 6 : Décompte des marches de l'escalier

\*\*\*\*\*

Il peut sembler étonnant de gloser sur le nombre de marches de l'escalier du clocher ; ne suffit-il pas d'aller à Saint-Antoine, de compter et de mesurer. Cela a été fait, mais ne dispense pas d'analyser l'autre décompte, celui de MM. Gay et Morat, aux pages 46 à 57 de la Revue de l'ANCAHA, N° 55 Eté 1989. En effet, le nombre de marches à gravir pour parcourir une révolution complète de 360° permet de déterminer la déclinaison des envers des contremarches sur lesquels sont tracés les cadrans verticaux déclinants. C'est donc une valeur dont on ne peut se passer. D'autre part, cela peut faciliter la compréhension du texte de la revue, parfois un peu allusif.

Les propos de ces auteurs sont en noir, nos commentaires en bleu.

1°) Première affirmation : les cadrans solaires s'étendent sur, exactement, deux révolutions d'escalier soit 27 marches et une révolution vaut donc 13.5 marches.

Donc une révolution compte 13.5 marches et, en estimant à une vingtaine de centimètres, en moyenne, la hauteur d'une marche, on aboutit à 2.70m pour la hauteur entre une marche et celle dont l'envers la surplombe verticalement. Toutefois, les deux fenestrelles hautes ne sont pas surplombées par des marches, car l'escalier ne se développe pas suffisamment pour les dominer. Nos mesures confirment celles de MM. Gay et Morat. La progression des déclinaisons gnomoniques est alors de 26°67'. Toutefois, il existe des irrégularités entre les marches et ces valeurs ne sont qu'indicatives. Enfin, si une demi-marche a une importance en parcours azimutal, elle ne modifie pas la dénivelée.

2°) Les auteurs nous font monter 5 marches.

A partir de quel niveau ? Cela ne veut rien dire sauf si, comme nous le pensons, on fait l'hypothèse d'une coquille typographique et si on corrige à 50 marches, ce qui est proche de la réalité, à partir de la porte d'entrée dans la tourelle du clocher. En réalité, depuis le bas de l'escalier, nous avons trouvé les configurations suivantes que nous donnons ici en totalité :

- a) Au dessus des marches 2 et 3 : une fenestrelle sans rôle gnomonique
- b) Au dessus de la marche 13 : embranchement d'un petit escalier de 7 marches qui donne accès à la tribune.
- c) Au dessus de la marche 16 : une fenestrelle sans rôle gnomonique
- d) Au dessus de la marche 30 : une fenestrelle sans rôle gnomonique
- e) Au dessus de la marche 34 : une porte dont nous ignorons le rôle
- f) Au dessus de la marche 43 : une fenestrelle sans rôle gnomonique
- g) Au dessus du nez de la marche 57 : le milieu exact de l'appui de la fenestrelle gnomonique N°1 SW
- h) Au dessus du nez de la marche 61 : sensiblement, le milieu de l'appui de la fenestrelle gnomonique N°2 SE
- i) Au dessus de la marche 65 : l'accès au triforium et à la salle du sonneur
- j) Au dessus des marches 70 et 71 : la fenestrelle gnomonique N°3 SW
- k) Au dessus de la marche 74 : la fenestrelle gnomonique N°4 SE

l) Au niveau de la marche 79 : l'embranchement de l'escalier de 4 marches qui donne accès à la galerie de lumière.

m) La marche 80, engagée dans le gros œuvre est la dernière.

On note qu'entre les deux fenestrelles basses, la dénivelée est exactement de 4 marches et le parcours en azimut, assez proche de 90°. Si ce rythme se poursuivait pendant toute l'ascension, les 360° d'azimut seraient parcourus en exactement 16 marches et, par suite, les envers des contremarches où sont tracés les cadrans verticaux, progresseraient en déclinaison par pas de 22°5, soit exactement 2 rhumbs de navigation. Mais une telle régularité ne dure pas. En effet, les deux fenestrelles hautes sont séparées par seulement 3 ou 4 marches (donc 3.5 marches) et les révolutions complètes d'escaliers valent :

a) Entre la fenestrelle N°1 et la fenestrelle N°3 : 13 ou 14 marches (13.5 marches)

b) Entre la fenestrelle N°2 et la fenestrelle N°4 : 13 marches.

Alors les progressions en déclinaison valent :

$$360/13 = 27^{\circ}69$$

$$360/14 = 25^{\circ}71$$

$$360/13.5 = 26^{\circ}67$$

3°) Entre les deux fenestrelles basses, SW1 et SE2, les auteurs comptent 4 marches.

Exact. Il est regrettable que MM. Gay et Morat ne fassent pas les mêmes commentaires que nous venons de faire et ne signalent pas, au moins l'incompatibilité entre 4 fois 4 marches et 13.5 marches.

4°) Encore 5 marches et nous sommes à l'entrée du triforium.

Non. Il suffit de 4 marches (de la marche 61 à la marche 65).

5°) Les auteurs nous font retourner dans l'escalier et monter 10 marches et disent qu'alors nous sommes exactement en face de la fenestrelle N° 3 SW, ayant donc accompli exactement une révolution de 360°.

Affirmation insoutenable : nous aurions alors gravi 20 marches, ce qui veut dire que :

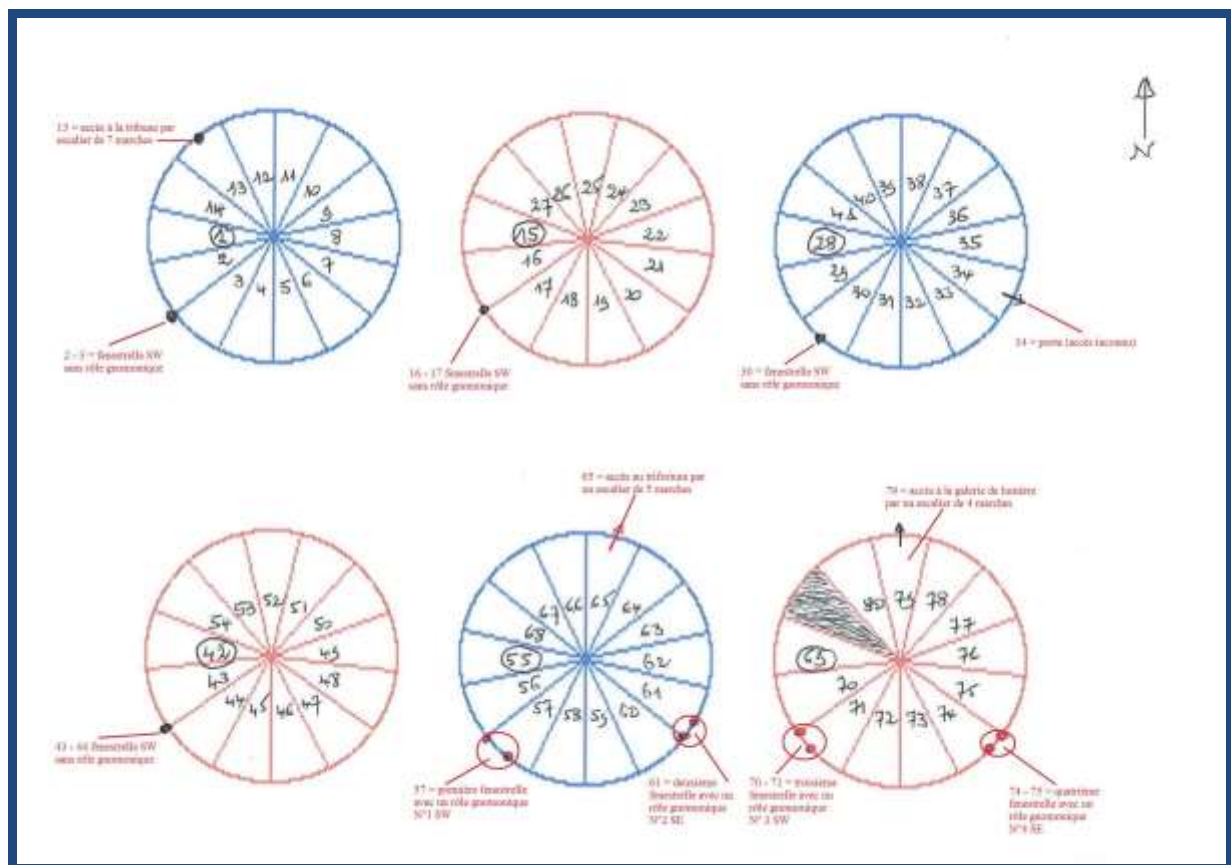
a) Deux révolutions mesurent 40 marches et non plus 27

b) La hauteur entre une marche et celle dont l'envers la surplombe vaut 4 mètres.

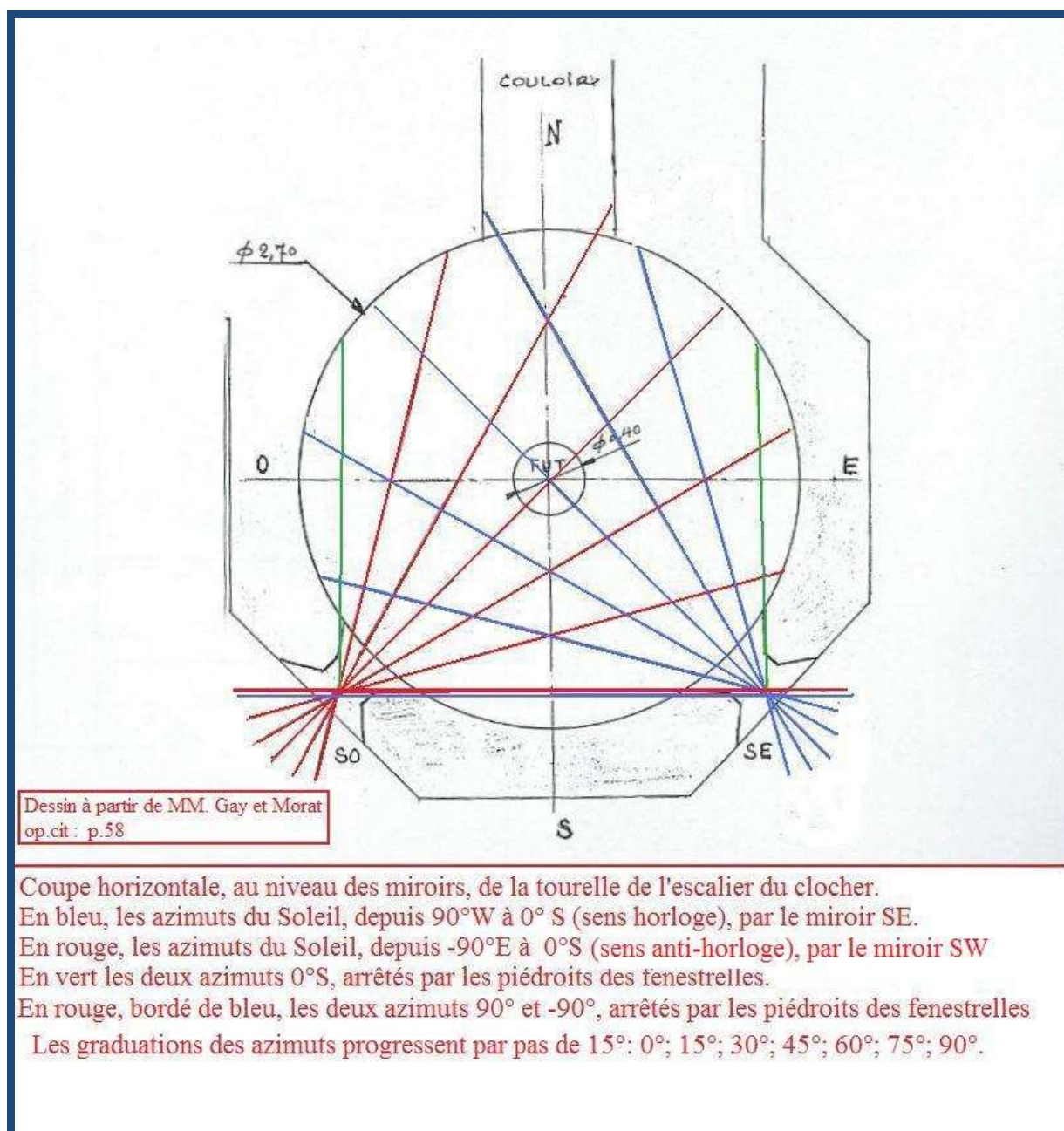
Nous pensons qu'il faut neutraliser du décompte les 5 marches du §4. Alors nous aurions monté 15 marches et non plus 20, ce qui revient dans le vraisemblable. Une révolution compterait alors, au choix (!) 13.5 marches (en fait, 13 ou 14) ou 16 marches ou 15 marches. Dans ce dernier cas, la progression des déclinaisons serait de 24°. Mais il n'est pas question de choisir ; il faut savoir.

La difficulté de ces analyses réside dans le fait que les marches ne mesurent pas exactement les mêmes angles au centre et sont parfois affectées d'une légère variation en hauteur, de l'ordre du centimètre. Donc, le nombre de marches qui couvre une révolution de 360° d'azimut, varie selon la marche « a quo » sur laquelle se fait le départ de la montée. Sur le dessin déroulé, nous avons admis 14 marches entre SW1 et SW3, mais seulement 13 marches entre SE2 et SE4. Un compromis. Seulement un compromis.

-----



Les étages bleus ont 14 marches et les rouges 13 marches.



Noter l'enfoncement des miroirs dans l'épaisseur du mur : le diamètre du cylindre s'en trouve modifié et sa régularité aussi ; les calculs qui établissent les passages des tracés horaires devraient en tenir compte, pour des vérifications in situ.

Dans leur brochure, page 58, dessin 59, MM. Gay et Morat appellent ces azimuts des « angles horaires valables pour l'équinoxe ». C'est un abus de langage : les angles tabulaires des lignes horaires, sur un cadran horizontal, à la latitude  $45^{\circ}$ , ne valent pas  $15^{\circ}$  chacun, à aucune date.

La belle (et inexacte) hypothèse où une révolution complète de l'escalier se mesurerait en exactement 16 marches.

